+ATR

MATEMÁTICA: Operaciones con números naturales

MATERIAL DESTINADO A TALLERISTAS Y DOCENTES PARA EL FORTALECIMIENTO DE LAS TRAYECTORIAS EDUCATIVAS

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA | SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN

acompañar
Puentes de igualdad

DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

MATERIAL PARA TALLERISTAS Y DOCENTES PARA EL FORTALECIMIENTO DE LAS TRAYECTORIAS EDUCATIVAS

Matemática: Operaciones con números naturales

Sobre el material

El contenido “operaciones con números naturales” es uno de los objetos matemáticos centrales que se estudian en el transcurso de la escuela primaria. Es por ello que fue incluido dentro de los Contenidos Prioritarios 2020-2021 y ocupa un lugar privilegiado en estas propuestas que presentamos. Seleccionamos un conjunto de actividades destinadas a las niñas y los niños que necesitan aprender un poco más sobre la resolución de problemas que involucran sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, en algunos de sus diferentes sentidos, así como también sobre los diferentes cálculos de estas operaciones. La propuesta está organizada a partir de cuatro niveles de complejidad que buscan promover ciertos avances en los contenidos a partir de un recorrido posible que seguramente será enriquecido por otras situaciones que las y los docentes consideren necesarias para ayudar a que las chicas y los chicos logren avanzar en sus aprendizajes.[1]

Es importante señalar que, al interior de cada nivel, mientras algunas alumnas y algunos alumnos vayan dominando progresivamente algunos contenidos, otras y otros requerirán sostener por más tiempo el trabajo en torno a ciertas actividades. Dicho de otro modo, los niveles no suponen un grupo homogéneo. También es necesario mencionar que, muy posiblemente, niñas y niños que inicien resolviendo algunas de las propuestas previstas para el primer nivel, en poco tiempo podrían avanzar y comenzar a resolver algunas

[1] *Estas actividades están disponibles en las propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario, organizadas en cuatro niveles: Operaciones I, Operaciones II, Operaciones III y Operaciones IV.*

tareas incluidas en los niveles siguientes; o bien, que estudiantes que comenzaron resolviendo propuestas del tercer nivel, requieran de problemas menos complejos para algunos contenidos, por lo que podría apelarse a propuestas anteriores.

Finalmente, es posible que quienes tengan por delante la responsabilidad de organizar las tareas a proponer a cada alumna y alumno, encuentren que, por ejemplo, en términos de lectura y escritura de números, una niña o un niño necesite resolver problemas del estilo de las propuestas para el nivel 1, sin embargo, en operaciones o en otro aspecto numérico necesite resolver problemas del nivel 2. En otras palabras, los niveles no buscan segmentar contenidos o propuestas, sino señalar cierta progresión sin perder de vista la continuidad. Estos materiales fueron pensados para ser usados con la flexibilidad necesaria para acompañar a cada niña y niño.

Sobre el contenido

Al enfrentarse a los problemas que en estos materiales se proponen, es importante que las niñas y los niños dispongan de diversos recursos con información para consultar de manera cada vez más autónoma, para resolver las situaciones a las que se enfrentan o para revisar y comprobar las respuestas o resultados que van obteniendo. Algunos de estos portadores podrán ser brindados por la o el docente, otros elaborados de manera colaborativa por el grupo de estudiantes a partir de situaciones de intercambio y de la elaboración de acuerdos respecto de los temas en estudio. Nos referimos a portadores de información en los que se presentan cálculos que ya se aprendieron de memoria u otros que se quieren empezar a recordar, tablas con cálculos (cuadros de proporcionalidad, pitagórica, multiplicaciones de números redondos por números terminados en cero, etc.), diversos procedimientos que permiten resolver un mismo problema, entre otros. Es necesario que estos recursos estén disponibles en el aula y en cuadernos o carpetas de niñas y niños para que se constituyan en fuentes cotidianas de consulta. A partir de su elaboración, e incentivando su consulta frecuente, se promoverán diferentes maneras de apelar a estos portadores.

Queremos mencionar que enseñar a usar la calculadora y habilitarla como recurso será sumamente valioso para resolver diversos cálculos cuando las chicas y los chicos aún no dominan los algoritmos, que, como hemos mencionado en orientaciones anteriores, no forman parte de los contenidos prioritarios. También se propone el uso de la calculadora cuando el repertorio memorizado se está enriqueciendo, e incluso como una herramienta para verificar aquellos resultados que se van encontrando en la resolución de problemas. Vale aclarar que la misma no reemplaza la decisión que deben tomar las y los estudiantes frente a los problemas (decisión que es el centro de la actividad), sino que colabora solo en un aspecto que aún se está aprendiendo. Encontrarán en el documento para las y los estudiantes un cuadro como el siguiente, que promueve su uso en las diferentes propuestas.

Podés usar la calculadora para resolver y para comprobar los resultados.

A continuación, presentamos sintéticamente los contenidos referidos que se abordan en cada nivel de modo de identificar cuál sería el que podría resultar más provechoso para cada estudiante.

Operaciones I

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes desde 1° año o que cursan un año superior y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

- Resolver sencillos problemas que involucren unir, agregar, quitar, avanzar, retroceder, ganar y perder, usando diversos procedimientos (marcas, dibujos, billetes y monedas, números, sumas y restas, etc.).

- Analizar y usar la representación simbólica de la suma y la resta.

- Iniciar la construcción de un repertorio[2] de sumas y restas conocidas y progresivamente memorizadas (dobles de los números del 1 al 9; sumas y restas de dieces tipo 20+20, 30+10, 40-10, sumas que dan 10 y 100, etc.).

- Construir estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas.

Operaciones II

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 3^er año o cursan un año superior y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

- Resolver sencillos problemas que impliquen unir, agregar, quitar, avanzar, retroceder, ganar, perder e introducir nuevos sentidos de la suma y la resta: determinar la diferencia o el complemento usando diversos procedimientos (marcas, dibujos, números, sumas o restas).

- Resolver problemas de suma y resta que involucren diversas maneras de presentar la información y requieran varios pasos.

- Ampliar el repertorio de sumas y restas conocidas y progresivamente memorizadas (sumas y restas de cienes tipo 100+100, 250+250, 300-200, sumas que dan 1.000).

- Construir y utilizar estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas (del tipo 150+150, 300+35, 400+40+3, 310+310, etc.).

[2] *Se denomina repertorio a una lista de cálculos con sus resultados que se elabora en el aula y que se espera sea progresivamente memorizada, por ejemplo las sumas que dan 10.*

• Resolver problemas que involucran cantidades que se repiten y series proporcionales (usando marcas, dibujos, números, sumas, restas, multiplicaciones o la calculadora).

• Analizar y usar la representación simbólica de la multiplicación.

• Resolver sencillos problemas de reparto por diversos procedimientos (usando marcas, dibujos, números, sumas, restas, multiplicaciones o la calculadora).

Operaciones III

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 5º año o cursan 6º año y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

• Resolver problemas que involucran los siguientes sentidos de la multiplicación y de la división (organizaciones rectangulares, reparto y particiones) usando estrategias variadas de resolución (dibujos, sumas, restas, multiplicaciones, etc.).

• Construir un repertorio de cálculos multiplicativos a partir del análisis de relaciones entre productos de la tabla pitagórica.

Operaciones IV

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 6º año y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

• Resolver problemas que involucran los siguientes sentidos de la multiplicación y de la división: series proporcionales, repartos, particiones (con un mayor grado de complejidad que en el nivel III) y análisis del resto; usando estrategias variadas de resolución (dibujos, sumas, restas, multiplicaciones, etc.).

- Resolver problemas utilizando cálculos mentales apelando a la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, analizando regularidades y sus relaciones con el sistema de numeración.

- Ampliar y utilizar un repertorio de cálculos de multiplicación y división a partir de relaciones entre productos, apoyándose en diversas fuentes como la tabla pitagórica y la calculadora.

OPERACIONES I

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes desde 1° año o que cursan un año superior y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

- Resolver sencillos problemas que involucren unir, agregar, quitar, avanzar, retroceder, ganar y perder, averiguar la diferencia o complemento, usando diversos procedimientos (marcas, dibujos, billetes y monedas, números y cálculos, etc.).

- Analizar y usar la representación simbólica de la suma y la resta.

- Iniciar la construcción de un repertorio de sumas y restas conocidas y progresivamente memorizadas (dobles de los números del 1 al 9; sumas y restas de dieces tipo 20+20, 30+10, 40-10, sumas que dan 10 y 100, etc.).

- Construir estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas.

En este primer nivel se trabaja en torno a la suma y la resta, con el propósito de hacer avanzar los procedimientos basados en el conteo y el sobreconteo hacia aquellos que ponen en juego repertorios y estrategias de cálculo, a la vez que se introducen algunos de los sentidos más sencillos de la suma y la resta.

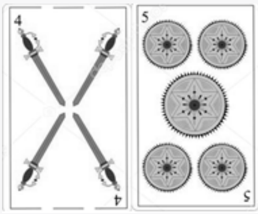
Sobreconteo. Para responder a la pregunta ¿cuántos hay?, algunas y algunos estudiantes necesitan contar uno a uno todos los elementos de ambas colecciones (por ejemplo, para dos colecciones de 5 y 4 elementos contar: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). El sobreconteo, en cambio, parte del cardinal de una de las colecciones (por ejemplo, 5) y, a partir de allí, continúa el conteo (sobrecuenta) de uno en uno hasta obtener el cardinal que resulta de unir ambas colecciones (parte de 5 y continúa 6, 7, 8, 9).

Los juegos de tableros, cartas y dados resultan un buen contexto para plantear sencillos problemas que involucren unir, agregar, quitar, avanzar, retroceder, ganar, perder, determinar la diferencia o el complemento. Para resolver las distintas situaciones que se presentan con juegos o frente a enunciados verbales, las niñas y los niños pueden recurrir al conteo, sobreconteo, hacer dibujos o marcas. Se podrán presentar en un principio problemas con imágenes que habiliten el conteo, o en los que se usen billetes y monedas.

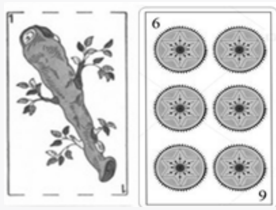
Si bien inicialmente las y los estudiantes podrán resolver estos problemas sin utilizar números, progresivamente la o el docente propiciará la evolución de los diferentes modos de resolver y representar hacia el empleo de estrategias de cálculo, promoviendo el uso de los símbolos más (+), menos (-) e igual (=). La exploración de la calculadora puede jugar un rol fundamental en este proceso, tanto para resolver problemas como para verificar resultados.

Situaciones problemáticas de suma y resta

Para comenzar, se ofrece una propuesta denominada *Sumar y comparar cartas.* El problema matemático al que se enfrentan niñas y niños consiste en unir los valores de dos cartas y compararlas con las de la otra jugadora u otro jugador, dado que quien obtenga más puntos gana y se lleva las cuatro cartas. En este caso, el repertorio de cálculos posibles abarca desde 1+1 hasta 12+12. Para averiguar quién ganó, las niñas y los niños pueden contar los dibujos de las cartas, reconocer a simple vista que unas cartas son mayores que otras o comparar los resultados de sumar ambas cartas. En ocasiones, al comparar las cartas de manera independiente pueden arribar a conclusiones erróneas, como por ejemplo en la siguiente jugada:



Cartas de Alma

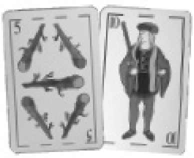


Cartas de Luca

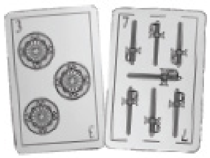
Si se compara el 4 de Alma con el 1 de Luca, gana Alma; y si se compara el 5 de Alma con el 6 de Luca, gana Luca. De acuerdo a esta manera de comparar las cartas, puede concluirse que empataron, sin embargo, al sumar las cartas, Alma resulta ganadora. Será interesante analizar esas jugadas e insistir en que se deben comparar la suma de ambas cartas. Es importante tener en cuenta que algunas niñas y algunos niños probablemente precisarán apoyarse en tiras o cuadros numéricos para determinar cuál de los puntajes obtenidos es el ganador, tanto al jugar como en los problemas que se proponen para después de jugar.

Para después de jugar

1. Alma y Nina jugaron. ¿Quién ganó la ronda?



Cartas de Alma



Cartas de Nina

Dentro de la misma propuesta se presenta el siguiente problema que apunta a encontrar distintas sumas que den 18.

3. Dibujá dos cartas que sumen 18.

En un espacio de debate colectivo podrían compararse las diferentes maneras de decidir quién ganó cada jugada, quién ganó el partido y cómo hicieron para encontrar cartas que sumen 18. Por ejemplo, a través de preguntas como: ¿Necesitaron contar los dibujos de ambas cartas? ¿Se apoyaron en alguna suma que conocen?

Otra propuesta consiste en un juego con dados: *Calcular puntajes*.

CALCULAR PUNTAJES

Podés usar la calculadora para resolver y para comprobar los resultados.

Reglas del juego

Se juega de a dos o más jugadoras y jugadores. Se necesita un dado.

Por turnos, cada jugadora o jugador tira el dado y anota el puntaje que obtuvo.

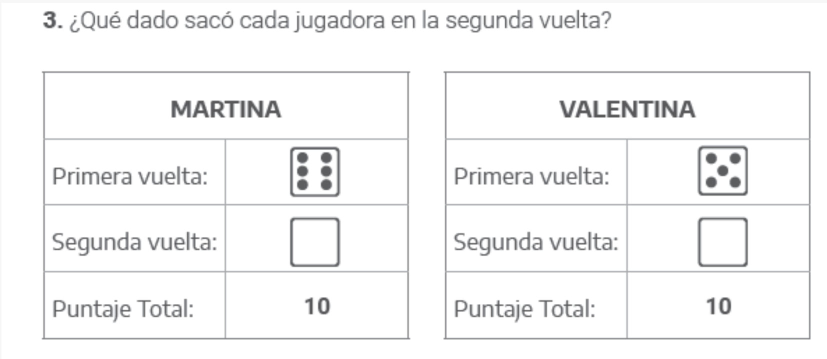
Gana quien tenga el puntaje más alto luego de sumar los puntajes de dos vueltas.

¡A jugar!

Se invita a jugar con el objetivo de favorecer diversas interacciones con otras jugadoras y jugadores; a su vez, se apunta a que comiencen a poner en acción distintas estrategias para calcular y anotar puntajes. En un espacio de trabajo colectivo, se podrán analizar algunas jugadas y compartir diferentes estrategias para averiguar el número que resulta de sumar los puntos de dos dados y para saber quién ganó. Seguramente circularán procedimientos de conteo y sobreconteo e, incluso, algunas y algunos estudiantes podrán recordar los resultados de algunos de los cálculos que surjan.

Para después de jugar se presentan tres actividades que simulan partidas de juego. La primera actividad consiste en calcular los puntajes de las jugadoras y los jugadores para determinar quién ganó y, la segunda, en determinar un valor posible para uno de los dados de modo que el puntaje obtenido supere al de la otra jugadora o jugador. Esta segunda tarea es un poco más compleja que la anterior, por ello podría proponerse para realizar en parejas.

La tercera actividad implica determinar el valor de uno de los dados conociendo el valor del otro dado y del puntaje total. En los dos primeros tableros se trata de averiguar cuánto falta para llegar a 10 (puntaje total).


3. ¿Qué dado sacó cada jugadora en la segunda vuelta?

MARTINA	
Primera vuelta:	⚅
Segunda vuelta:	
Puntaje Total:	10

VALENTINA	
Primera vuelta:	⚄
Segunda vuelta:	
Puntaje Total:	10

Las sumas que dan 10 ocupan un lugar privilegiado dentro del repertorio que se espera que las y los estudiantes vayan construyendo progresivamente. Este trabajo se retoma más adelante en una propuesta denominada *La Cajita de los 10*. Sería una buena ocasión para comenzar a elaborar un cartel con sumas que empiezan a recordar de memoria y colgarlo en un lugar que quede disponible en el aula, al alcance de las niñas y los niños.

Estos registros apuntan a guardar memoria de lo realizado y permiten que niñas y niños los consulten frente a nuevos problemas, práctica que podrá ser propuesta una y otra vez por la o el docente para que las y los estudiantes vayan aprendiendo progresivamente a usar esas fuentes de información disponibles. También es importante que dispongan de esos listados de cálculos en sus cuadernos o carpetas.

Para finalizar, el problema 6 propone analizar un procedimiento utilizado por una niña luego de jugar dos variantes del juego, en la que cada punto vale 1 y en la que cada punto vale 10.

6. Alma jugó de dos maneras. En el primer juego cada punto del dado valía 1 y en el otro juego cada punto del dado valía 10.

a- Completá los puntajes en estos tableros.

CADA PUNTO VALE 1

ALMA	
Primera vuelta:	
Segunda vuelta:	
Puntaje Total:	

CADA PUNTO VALE 10

ALMA	
Primera vuelta:	
Segunda vuelta:	
Puntaje Total:	

b- En los dos juegos a Alma le salieron los mismos dados pero no se anotó el mismo puntaje. ¿Estás de acuerdo con lo que dice Alma? ¿Cómo habrá hecho?

Este tipo de problemas, que se presentan en todo el material, apunta a detenerse a analizar y argumentar a favor o en contra de una idea. En este caso, las niñas y los niños deberán tratar de entender cómo habrá hecho Alma para averiguar el segundo puntaje (50+30) a partir del primero (5+3), en definitiva, cómo se puede usar el resultado de un cálculo conocido para resolver otros cálculos (idea que será retomada en varias oportunidades: con números mayores, con restas, multiplicaciones y divisiones, y más adelante, con números racionales). En este sentido, será interesante establecer que, luego de una primera ronda de juego, se organice un espacio colectivo de debate en el cual compartir los posibles procedimientos para calcular el total de puntos. Posiblemente algunas y algunos recurran al conteo de 10 en 10 a medida que señalan cada punto; otras y otros determinarán la cantidad total de puntos de ambos dados –ya sea a través del conteo, sobreconteo o recurriendo a cálculos simples disponibles en la memoria– y luego "agregarán el cero".

Luego de estas actividades se proponen tres variantes del juego un poco más complejas: en una se aumenta la cantidad de dados, en otra cada punto del dado vale 10 y, en la última, cada punto vale 100. Estas últimas variantes implican el trabajo con números mayores y presentan un mayor nivel de desafío que será retomado hacia el final de la propuesta de este nivel. El mismo material ofrece estos dos carteles con ayudas como punto de apoyo.

¡AYUDITA!

ALGUNOS NÚMEROS Y SUS NOMBRES.

10 DIEZ
20 VEINTE
30 TREINTA
40 CUARENTA
50 CINCUENTA
60 SESENTA
70 SETENTA
80 OCHENTA
90 NOVENTA
100 CIEN

¡OTRA AYUDITA!

ALGUNOS NÚMEROS Y SUS NOMBRES.

100 CIEN
200 DOSCIENTOS
300 TRESCIENTOS
400 CUATROCIENTOS
500 QUINIENTOS
600 SEISCIENTOS
700 SETECIENTOS
800 OCHOCIENTOS
900 NOVECIENTOS
1.000 MIL

Tableros similares se podrán presentar para que las niñas y los niños se apoyen en los procedimientos que venían utilizando y los adapten a nuevas versiones del juego. Se podrá discutir, por ejemplo: ¿cómo podrían apoyarse en las sumas que dan 10 para completar el tablero en el que el puntaje total es 100?

Para después de jugar

1. ¿Quién ganó esta jugada?

ALMA	
Primera vuelta:	⚄
Segunda vuelta:	⚂
Puntaje Total:	

MALENA	
Primera vuelta:	⚀
Segunda vuelta:	⚅
Puntaje Total:	

3. ¿Qué dado sacó cada jugadora en la segunda vuelta?

MARTINA	
Primera vuelta:	⚅
Segunda vuelta:	☐
Puntaje Total:	**100**

VALENTINA	
Primera vuelta:	⚄
Segunda vuelta:	☐
Puntaje Total:	**100**

Con el juego en que cada punto vale 100 se trata de extender el análisis que realizaron en propuestas anteriores a un nuevo repertorio de cálculos. Esta tarea podría realizarse en parejas o en grupos, o bien ser propuesta a algunas niñas y algunos niños mientras el resto continúa resolviendo situaciones más sencillas. También será interesante proponer en forma simultánea problemas semejantes de diferente complejidad para quienes transitan diversos niveles y comparten el aula.

Al finalizar esta colección de actividades se podrá organizar un momento de trabajo en torno a la escritura de algunas conclusiones o pistas para resolver cálculos con otros múltiplos de 10 o de 100.

A continuación, el material propone *Resolver problemas de distintas maneras*, con la intención de analizar diferentes procedimientos de resolución posibles e introducir la representación simbólica de la suma y la resta.

RESOLVER PROBLEMAS DE DISTINTAS MANERAS

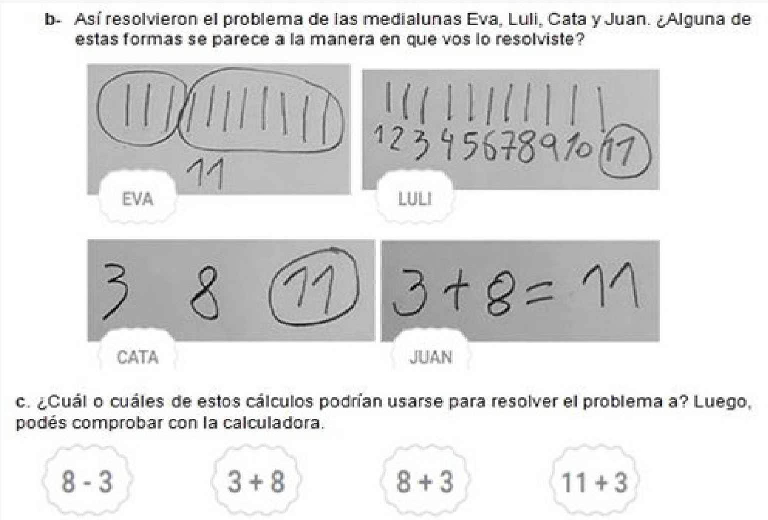
Podés usar la calculadora para resolver y para comprobar los resultados.

1.a- Charo puso 3 medialunas en un plato y 8 en el otro. ¿Cuántas medialunas acomodó en total?

2. a- Felipe acomodó sus juguetes en estantes. Se le cayeron 6 juguetes. ¿Cuántos quedaron en los estantes?

Como podrá notarse, los cálculos involucrados no representan mayor complejidad y permiten el uso de estrategias de conteo o sobreconteo, a la vez que se habilita el uso de la calculadora. Estos dos primeros problemas proponen –luego de su resolución– el análisis de diversos procedimientos, incluyendo cálculos que permiten responder a la pregunta de cada problema.

Para el problema 1 (medialunas):


b- Así resolvieron el problema de las medialunas Eva, Luli, Cata y Juan. ¿Alguna de estas formas se parece a la manera en que vos lo resolviste?

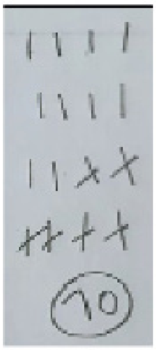
c. ¿Cuál o cuáles de estos cálculos podrían usarse para resolver el problema a? Luego, podés comprobar con la calculadora.

8 - 3 3 + 8 8 + 3 11 + 3

Se podrá entonces organizar un espacio de trabajo colectivo en el que se analice conjuntamente la resolución de los puntos a, b y c del problema 1. El foco podría estar en acompañar la interpretación de los distintos procedimientos registrados y la escritura convencional del cálculo, que puede resultar novedosa para algunas niñas y algunos niños. Será interesante debatir también en torno a la pertinencia de los cálculos 8+3 y 3+8 para resolver el problema 1. No se trata de nombrar la propiedad conmutativa, sino de reflexionar sobre si varía o no el resultado al cambiar de lugar los sumandos.

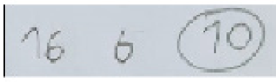
Para el problema 2 (juguetes):

b- Eva, Luli, Cata y Juan resolvieron el problema 2.a del siguiente modo. ¿Alguna de estas formas se parece a la manera en que vos lo resolviste?



Eva

Luli



Cata

Juan

c- ¿Cuál o cuáles de estos cálculos podrían usarse para resolver el problema 2.a? Luego, podés comprobar con la calculadora.

16 + 6 | 16 - 6 | 6 + 16 | 10 + 6

Luego de resolver los problemas 3 a 5 puede organizarse un nuevo espacio colectivo donde las niñas y los niños compartan los cálculos que eligieron para completar el último problema. Incluso sería interesante armar de manera conjunta un afiche en el cual puedan volcar aquellos cálculos que ya casi todas y todos saben de memoria, engrosando la información que ya ha sido registrada a partir de resolver las actividades anteriores.

Se propone después un *Juego de recorrido*. Se podrá organizar una partida para que las y los estudiantes puedan jugar efectivamente para luego abordar los problemas que evocan las partidas de juego. Para hacer avanzar sus fichas, se espera que las niñas y los niños se apoyen en el recitado de la serie numérica del 1 al 6. Posiblemente algunas y algunos puedan darse cuenta a primera vista de la cantidad de puntos, mientras que otras y otros precisarán contarlos. Del mismo modo, habrá quienes identifiquen en qué casilla deben colocar su ficha y quienes precisen contar una a una las casillas para avanzar o retroceder en el tablero. La o el docente podrá intervenir para que se animen a anticipar en qué casillero deberán colocar su ficha sin contar uno por uno. Luego de haber jugado, se proponen dos problemas vinculados al mismo juego. En el primero la ficha debe avanzar, mientras que en el segundo debe retroceder. Será una oportunidad para poner en juego las diversas estrategias y para retomarlas y compararlas luego de jugar.

1. Amelia está en el casillero 24 y tiene que avanzar 6, ¿en qué casillero debe poner su ficha?

2. Nacho está jugando con el tablero, pero en lugar de avanzar tiene que retroceder. Si está en el casillero 16 y tiene que retroceder 6, ¿en qué casillero tiene que poner su ficha?

Es probable que algunas niñas o algunos niños inicien el problema contando desde el 1 hasta llegar al casillero 24 o hasta el 16 y recién a partir de allí avanzar o retroceder la cantidad de casilleros que indica cada problema. Otras y otros podrán apelar al sobreconteo (agregando 6 a partir del 24 en el problema 1) o a descontar (retrocediendo 6 a partir del 16 en el problema 2).

Es posible que al salir ciertas caras del dado, algunas y algunos estudiantes no precisen contar para saber cuánto avanzar, por ejemplo, si saliera el 1 podrían avanzar directamente un casillero, o bien, que no necesiten contar porque ya reconocen las caras del dado y las cantidades que representan. Será interesante realizar una puesta en común donde se compartan los distintos procedimientos que hayan surgido durante el juego para que comiencen a circular en la clase, por ejemplo, cuándo necesitan contar o cuándo ya saben cuántos puntos tiene el dado o a qué casillero correr la ficha. Es posible entonces proponer nuevas tiradas de esos juegos promoviendo la incorporación de estrategias de compañeras y compañeros que hayan quedado disponibles para todas y todos. Finalmente se sugiere un espacio para vincular estos problemas con los cálculos que podrían representarlos. El segundo problema apunta a cargar de sentido los cálculos, tratando de identificar qué representa cada número y cada signo.

Pensar en los problemas

- ¿Qué cálculos se podrían usar para anotar las jugadas de Amelia y de Nacho?
- En otra partida Amelia escribió este cálculo para representar esa jugada:

12 + 5 = 17

¿En qué casillero estaba su ficha?
¿Tenía que avanzar o retroceder?
¿Cuántos casilleros tenía que avanzar o retroceder?
¿A qué casillero llegó su ficha?

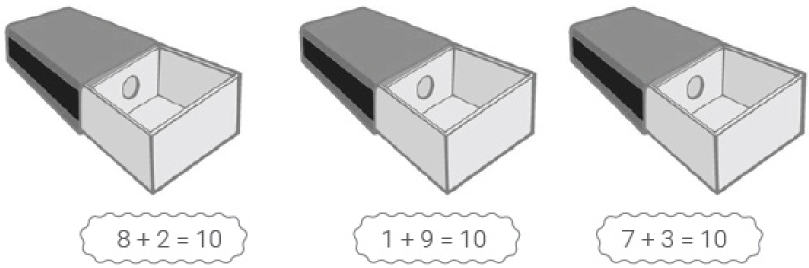
La siguiente propuesta se denomina *La cajita de los 10* y apunta a desplegar distintos procedimientos para determinar complementos a 10. Este trabajo se enmarca dentro de la construcción de un repertorio aditivo, en este caso, vinculado a las sumas que dan 10. Si no surgiera de las niñas y los niños, será interesante que la o el docente recuerde lo realizado en la propuesta *Calcular puntajes,* donde se inició el trabajo con este mismo repertorio de cálculos. Estas relaciones podrán ser compartidas en un espacio colectivo de debate en torno a cómo resolvieron estas actividades y registradas en un nuevo afiche o completando el que hayan iniciado en clases anteriores sobre las sumas que dan 10.

Se puede iniciar proponiendo un tiempo para jugar en el que las y los estudiantes tengan varias oportunidades de calcular las bolitas ocultas y, luego, un espacio de trabajo colectivo en el que puedan analizar algunas jugadas y compartir cómo hacen para darse cuenta de cuántas son las bolitas que no se ven. Es importante que la o el docente vaya registrando en un afiche los distintos procedimientos para que luego puedan recuperarse en nuevas partidas.

A continuación, se presentan diversos problemas que evocan partidas del juego. Las actividades incluyen imágenes de las cajas con las bolitas que quedaron visibles. Las niñas y los niños podrán determinar cuántas bolitas se ven (contando o reconociendo la cantidad a simple vista) y, a partir de ahí, sobrecontar hasta llegar a 10 para averiguar cuántas bolitas no se ven. Si las o los estudiantes lo necesitaran, podrán recurrir a las cajitas que usaron en el juego para resolver el problema o para comprobar si lograron anticipar la cantidad buscada. Otra posibilidad es que partan del total (10 bolitas) y descuenten desde allí las bolitas que se ven para identificar cuántas quedaron del otro lado de la caja. En ambos casos podrán usar los dedos, dibujos, rayitas o las bolitas del juego.

Más adelante se proponen nuevas partidas de juego con la intención de ir avanzando hacia el uso de números y cálculos. Las niñas y los niños deberán interpretar cálculos y reconstruir las posibles jugadas o escribir otros cálculos posibles en el contexto del juego. Por ejemplo:

4. Abril siguió jugando y anotó estos cálculos. Dibujá las bolitas que se veían en su caja.



También se solicita que completen listas de sumas y restas que podrían representar distintas jugadas, como en los problemas 5 y 6.

5. Abril empezó a anotar cálculos que la ayudan a saber cuántas bolitas quedaron del otro lado de la caja. Completá la lista con otras sumas.

3 + 7 = 10
9 + 1 = 10

6. Nacho dice que también se pueden usar restas y anotó algunas. ¿Qué otras restas se podrían usar?

10 - 7 = 3
10 - 3 = 7

Se presenta luego un conjunto de *Problemas con billetes y monedas* que implican determinar cuánto le falta a una cantidad para llegar a otra, o bien, agregar o quitar dinero. Se recupera y profundiza el trabajo que se viene realizando, esta vez en el contexto del dinero y con números un poco más grandes.

PROBLEMAS CON BILLETES Y MONEDAS

Podés usar la calculadora para resolver y para comprobar los resultados.

1. ¿Cuánto dinero tiene cada nene?

DINERO DE JOAQUÍN

DINERO DE NACHO

2. Dana fue al kiosco con este dinero. Si gastó $20, ¿cuánto dinero le quedó?

3. Abril tenía $100 y gastó $30. ¿Cuánto dinero le quedó?

Si para algunas o algunos estudiantes estos problemas resultaran algo complejos, será interesante invitarlas e invitarlos a revisar –con el acompañamiento docente– aquello que han podido hacer en los problemas anteriores con números más pequeños y pensar cómo pueden servirles esas estrategias frente a estos nuevos problemas. El uso de billetes y monedas recortables será nuevamente un punto de apoyo. En todos los casos, las sumas que se ponen en juego se encuentran dentro del rango de números hasta el 100, con lo cual también podrán consultar el cuadro de números disponible en el aula o en sus cuadernos o carpetas.

A continuación, se proponen las actividades *Sumas y restas para recordar y usar.* La intención es que empiecen a sistematizar y tomar conciencia de cuáles cálculos conocen, cuáles están aprendiendo y cómo utilizar los primeros para resolver los segundos. Por ejemplo, se incluye un cuadro para resolver y agregar cálculos de suma y resta +1, -1, +10 y -10.

SUMAS Y RESTAS PARA RECORDAR Y USAR

1. Resolvé los cálculos mentalmente y agregá otros en cada columna.

SUMAR 1	RESTAR 1	SUMAR 10	RESTAR 10
1 + 1 =	2 - 1 =	12 + 10 =	18 -10 =
4 + 1 =	6 - 1 =	20 + 10 =	40 - 10 =
10 + 1 =	10 - 1=	34 + 10 =	34 - 10 =
23 + 1 =	20 - 1 =		

También se proponen sumas de unos y dieces iguales, sumas que dan 10 y 100, entre otras. Por último, se presenta una colección de problemas que permiten reinvertir el trabajo realizado, estableciendo relaciones con los cálculos que permiten resolverlos.

OPERACIONES II

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 3er año o cursan un año superior y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

- Resolver sencillos problemas que impliquen unir, agregar, quitar, avanzar, retroceder, ganar, perder e introducir nuevos sentidos de la suma y la resta: determinar la diferencia o el complemento usando diversos procedimientos (marcas, dibujos, números, sumas o restas).
- Resolver problemas de suma y resta que involucren diversas maneras de presentar la información y requieran varios pasos.
- Ampliar el repertorio de sumas y restas conocidas y progresivamente memorizadas (sumas y restas de cienes tipo 100+100, 250+250, 300-200, sumas que dan 1.000).
- Construir y utilizar estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas (del tipo 150+150, 300+35, 400+40+3, 310+310, etc.).
- Resolver problemas que involucran cantidades que se repiten y series proporcionales (usando marcas, dibujos, números, sumas, restas, multiplicaciones o la calculadora).
- Analizar y usar la representación simbólica de la multiplicación.
- Resolver sencillos problemas de reparto por diversos procedimientos (usando marcas, dibujos, números, sumas, restas, multiplicaciones o la calculadora).

En este segundo nivel se presenta un conjunto de situaciones problemáticas cuya intención es colaborar con las niñas y los niños que deben aprender a reconocer la relación entre sumas reiteradas y multiplicaciones, y que deben aprender que la multiplicación es una operación que permite resolver situaciones problemáticas, entre las que se encuentran las de reparto y de partición. El reconocimiento de la multiplicación les permitirá progresivamente resolver los problemas sin necesidad de apelar a sumas o restas reiteradas.

Decíamos antes, y reiteramos ahora, que al enfrentarse a estas situaciones problemáticas es necesario que las niñas y los niños puedan contar con portadores de información para usar de manera cada vez más autónoma, y que les permitan resolver o comprobar sus resoluciones. Nos referimos a cuadros o tablas donde tengan registrado un repertorio de cálculos que hayan construido a partir de otras resoluciones e intercambios anteriores.

Cálculos mentales de sumas y restas

Para comenzar este recorrido, se ofrece una serie de actividades que se centran en la utilización de los repertorios de cálculo en memoria para resolver otros cálculos similares. Durante el momento de resolución, la o el docente podrá invitar a las niñas y los niños a poner la mirada en las relaciones entre ciertos cálculos –por ejemplo 300+300 y 3.000+3.000– y a pensar en qué cálculos pueden apoyarse para resolver otros. Por ejemplo, para sumar y restar miles a otros miles es posible apoyarse en la suma y la resta de los números hasta 9 (para resolver 3.000-1.000 es posible apoyarse en 3-1). Tanto las sumas de cienes iguales como de miles iguales permiten poner en juego uno de los repertorios que más tempranamente construyen las y los estudiantes y que es justamente el de los dobles.

1. Resolvé los cálculos mentalmente y agregá otros en cada columna.

SUMAR CIENES IGUALES	SUMAR MILES IGUALES	SUMAR MILES	RESTAR MILES
100 + 100 =	1.000 + 1.000 =	1.000 + 1.000 =	2.000 – 1.000 =
300 + 300 =	3.000 + 3.000 =	3.000 + 1.000 =	3.000 – 1.000 =
500 + 500 =	5.000 + 5.000 =	2.000 + 1.000 =	1.000 – 1.000 =

En la actividad 2 es esperable que las niñas y los niños puedan apoyarse en el repertorio de cálculos que dan 10, del que ya disponen, para extenderlo al 100, 1.000 y 10.000. En este sentido, es esperable que apoyándose en un cálculo –por ejemplo 6+4=10– completen el resto de las sumas agregando los ceros correspondientes: 60+40, 600+400 y 6.000+4.000. Es posible también que dispongan en memoria de las sumas asociadas al 5+5, tales como 50+50, 500+500 y 5.000+5.000. Si bien es posible que este tipo de cálculos –sumas de múltiplos de 10, 100 o 1.000– sean los más utilizados, la actividad habilita también otros cálculos como 75+25 o incluso 990+10.

2. Completá estas sumas.

___ + ___ = 100	___ + ___ = 100
___ + ___ = 1.000	___ + ___ = 1.000
___ + ___ = 10.000	___ + ___ = 10.000

La actividad 3 avanza sobre nuevos tipos de cálculos, en los cuales se continúa proponiendo utilizar cálculos sencillos para resolver otros. Será interesante promover la reflexión acerca de "qué cambia" y "qué no cambia" al sumar o restar determinados números.

3. Resolvé los cálculos mentalmente y agregá otros en cada columna.

SUMAR 100	RESTAR 100	SUMAR 1.000	RESTAR 1.000
12 + 100 =	120 - 100 =	120 + 1.000 =	1.200 - 1.000 =
300 + 100 =	300 - 100 =	2.000 + 1.000 =	3.000 - 1.000 =
120 + 100 =	1.000 - 100 =	1.500 + 1.000 =	2.500 - 1.000 =

La actividad 4 apunta a la composición de números a partir de sumas y restas, habilitando el uso de la calculadora tanto para la exploración de cálculos posibles como para la verificación de los resultados obtenidos.

4. Escribí tres sumas y tres restas que den estos resultados. Podés usar la calculadora para buscarlas o para comprobar si están bien.

100 1.000 500 800

Esta primera parte de la propuesta de trabajo se centra –cómo decíamos más arriba– en la utilización de los repertorios de cálculo disponibles para extenderlos a través de su uso hacia nuevos cálculos. Como cierre de este momento de trabajo se propone una actividad de retorno sobre lo realizado, explicitando el uso de los cálculos fáciles para resolver otros "no tan fáciles".

Pensar sobre los cálculos

Muchas chicas y muchos chicos dicen que saber que 2 + 2 = 4 les sirve para hacer cálculos con números más grandes, pero parecidos.

Por ejemplo:

20 + 20 = 40 y 200 + 200 = 400

- Resolvé estos cálculos usando los cálculos más fáciles que ya están resueltos:

3 + 3 = 6	30 + 30 =	300 + 300 =
4 + 3 = 7	40 + 30 =	400 + 300 =
6 + 3 = 9	60 + 30 =	600 + 300 =

Si querés podés escribir otros más.

Luego de la actividad, sería interesante organizar un espacio de debate colectivo en el cual las y los estudiantes puedan compartir cómo resolvieron los otros cálculos puestos en juego, como por ejemplo 120+1.000 o 120+100, y sistematizar algunas "ayudas" para resolver cálculos. Es posible que surjan, por ejemplo, afirmaciones como "si a un número de los miles le sumás uno más chicos sólo pueden cambiar los ceros" o "para sumar 120+100 sumo primero los cienes y después pongo el 20 en el lugar de los ceros”. Estas conclusiones pueden quedar registradas tanto en los cuadernos o las carpetas como en un afiche en las paredes del aula.

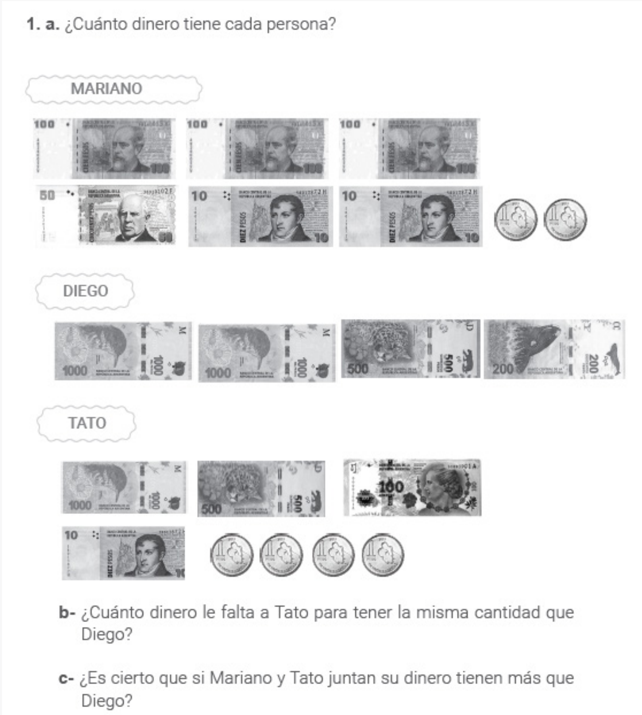
La propuesta dirigida a pensar sobre lo realizado reaparecerá de manera frecuente. Se sugiere dedicar a ese momento el tiempo que merece y la importancia que tiene. Al hablar entre compañeras y compañeros y su docente sobre los cálculos, en este caso, las chicas y los chicos toman conciencia de las estrategias que utilizaron (acordarse de 3+3 para sumar 300+300); si la reflexión se anota en un cartel y en el cuaderno o la carpeta, además, es un saber que queda registrado y disponible para utilizarse en otra ocasión.

Problemas con billetes y monedas

A continuación, se presenta una serie de problemas en el contexto del dinero, habilitándose el uso de billetes y monedas (recortados o dibujados) para su resolución, en los casos en que las o los estudiantes lo requieran.

En el punto **a** de la actividad **1**, se propone determinar la cantidad de dinero que tienen distintos nenes, para lo que deberán sumar números redondos de distinta cantidad de cifras, agregándose en algunos casos algunas monedas sueltas. Es posible que muchas niñas o muchos niños recurran al conteo de 10 en 10, 100 en 100 o 1.000 en 1.000 como parte de los procedimientos de resolución que desplieguen. En los puntos siguientes se debe calcular la diferencia entre dichos montos así como la unión de dos de los tres valores, para luego comparar con el restante.

Tanto para esta actividad, como para las del resto del apartado, se espera que –para calcular las cantidades correspondientes– las y los estudiantes puedan recurrir al uso de cálculos sencillos y a aquellas “ayudas” que se han sistematizado en el apartado anterior de problemas en torno al cálculo mental. Sería interesante volver sobre las conclusiones que hayan sido registradas ya sea en cuadernos y carpetas o en afiches, para que estén disponibles a la hora de resolver estos problemas que se presentan en un nuevo contexto.



1. a. ¿Cuánto dinero tiene cada persona?

MARIANO

DIEGO

TATO

b- ¿Cuánto dinero le falta a Tato para tener la misma cantidad que Diego?

c- ¿Es cierto que si Mariano y Tato juntan su dinero tienen más que Diego?

La actividad 2 propone un trabajo con el cálculo estimativo. La importancia de abordar el cálculo estimativo o aproximado apunta a que el mismo pueda constituirse para las y los estudiantes en una herramienta de anticipación y control de los resultados de los cálculos que realizan. En el punto **a**, las niñas y los niños podrán anticipar que para que el gasto llegue a $500 los dos envases más pequeños deberían sumar $250, porque 250+250=500, o pensar que si 120+80=200 y como este valor es menor a 250, no se completan los $500. En el punto **b** podrán apoyarse en el hecho de que siendo uno de los números menor a 300 y el otro menor a 200, no es posible que su suma de como resultado 500 o más. Estas son algunas anticipaciones posibles, pero podrán circular otras entre las niñas y los niños que podrán ser compartidas en un espacio de debate colectivo.

2. Mariela compró estos envases.

a- Ella dice que sin hacer la cuenta ya sabía que tendría que pagar menos de $500. ¿Cómo se habrá dado cuenta?

b- ¿Será verdad que para comprar un envase mediano y uno grande se precisan al menos $500? ¿Cómo podés darte cuenta sin hacer la cuenta?

Como cierre de este momento de trabajo se retoma uno de los procedimientos que posiblemente haya circulado al abordar los problemas con billetes, apoyado en las escalas de 10 en 10, 100 en 100 y 1.000 en 1.000. El dominio de estas escalas es de mucha utilidad para resolver cálculos de sumas y de restas.

Pensar sobre los cálculos

En varios problemas con billetes es de mucha utilidad contar de 10 en 10, de 100 en 100 o de 1.000 en 1.000. Por ejemplo con billetes de 10 se puede contar así:

10, 20, 30...
diez, veinte, treinta...

Anotá en palabras o en números cómo vas contando hasta llegar a 10 billetes de cada uno:

- con billetes de 100 se puede contar así....

- con billetes de 1.000 se puede contar así...

Problemas de compras en la librería

Los problemas que se presentan a continuación exigen la realización de varios cálculos para su resolución y, además, pueden dar lugar a diferentes formas de organizarlos.

PROBLEMAS DE COMPRAS EN LA LIBRERIA

Es importante que además del resultado quede escrito cómo lo resolviste.

LISTA DE PRECIOS

BIROME $50
LIBRETA $100
PINTURITAS $150
CARPETA $200
CUADERNO $250
FIBRAS $300
TÉMPERAS $600

1. Lola quiere comprar témperas y fibras. Si paga con un billete de $1.000 ¿Cuánto le darán de vuelto?

2. Malena y Tomás fueron a la librería. Malena compró un cuaderno y unas témperas. Tomás compró una carpeta, unas fibras y una birome.

a- ¿Quién gastó más?

b- ¿Cuánto más gastó?

3.

a- Mati fue a la librería con $1.000 y quiere gastarlos todos y que no le sobre nada. ¿Qué puede comprar con ese dinero?

b- Escribí otra lista de cosas que podría comprar Mati para gastar los $1.000 y que no le sobre nada.

En los primeros problemas es preciso componer inicialmente una cantidad a partir de dos precios para luego averiguar el posible vuelto, ya sea restando o calculando el complemento (como en el problema 1) o averiguar cuánto más gastó cada niño para poder calcular la diferencia (como en el problema 2). En los problemas siguientes se trata de sumar varios números hasta llegar al valor indicado. El hecho de que la resolución implique varios pasos le agrega complejidad a los problemas. Justamente para que las y los estudiantes puedan concentrar su atención en el proceso de resolución es que los números involucrados son “amigables” de modo que no se agregue aún más complejidad. En este sentido, se puede ofrecer también el uso de la calculadora para la resolución tanto de los problemas de este apartado como para los problemas de *Más sumas y restas con dinero* ya que en ambos casos el foco está puesto en la selección de las operaciones a realizar y en el orden de las mismas.

Una posible intervención –antes o durante el momento de resolución– podrá consistir en sugerir a las niñas y los niños que anoten los cálculos intermedios que van realizando, tanto para no perderse en el camino, como para poder controlar luego si no se olvidaron de ningún paso y si el resultado es el correcto.

Un error que surge comúnmente en la resolución de este tipo de problemas es que las y los estudiantes realizan sólo alguno de los pasos de resolución y consideran que ya han concluido. En estos casos, la o el docente podrá invitarlas e invitarlos a que relean el problema y repasen su procedimiento y su respuesta para ver si la misma responde a lo solicitado en la consigna. También podría proponerse un intercambio entre pares para debatir sobre los resultados obtenidos.

Más sumas y restas con dinero

Al igual que los problemas del apartado anterior, la siguiente colección de problemas implica la realización de varios cálculos. En algunos casos los problemas pueden resolverse realizando cálculos diferentes –por ejemplo, el problema 3 que luego se retoma para analizar– y en otros casos pueden resolverse realizando los mismos cálculos, pero en distinto orden, por ejemplo, el problema 2.

MÁS SUMAS Y RESTAS CON DINERO

Cuando tenés que hacer varios cálculos, es importante que vayas registrando los distintos pasos para poder controlar lo que hiciste.

1. Juan tiene $850 en su alcancía. Su mamá le regaló $2.000. ¿Cuánto dinero tiene ahora?

2. Lorenzo tenía $500 y gastó $320 en una remera. Después, su tía le regaló $200 para el cumpleaños. ¿Cuánto dinero tiene ahora?

3. Julia tenía $800 en su alcancía. Le prestó $350 a Lila y $350 a Mateo. ¿Cuánto dinero le quedó?

4. Valentín quiere comprar una campera. Vio una campera roja que se paga en dos cuotas, la primera cuota de $430 y la otra de $330; y una campera negra que cuesta $750. ¿Cuál es la campera más barata y cuánto más barata es?

Será interesante organizar un espacio de debate colectivo en torno a los distintos procedimientos que hayan sido desplegados, al modo en que se organizó la información y a cómo puede arribarse a un mismo resultado realizando diferentes cálculos, todos pertinentes para la situación planteada.

La actividad *Pensar sobre los problemas* puede ser un disparador para este debate colectivo, en el cual podría proponerse también la elaboración de una serie de recomendaciones para otros estudiantes sobre cómo organizar la resolución de problemas con varios pasos y cómo ir registrando los procedimientos.

Para pensar y explicar entre todas y todos

Matías y Lautaro resolvieron el problema 3 de manera diferente y les dio el mismo resultado

Matías le restó a $800 los $350 que Julia le prestó a Lila y luego le restó los $350 que le prestó a Mateo.

Lautaro sumó la plata que Julia le prestó a Lila y a Mateo y luego se la restó a los $800 que tenía.

Si Matías solamente resta y Lautaro primero suma y despues resta, ¿ Cómo pueden explicar que ambos precedimientos sean correctos?

Cálculos para seguir pensando

Como cierre de la parte de trabajo en torno a la suma y la resta se propone averiguar el resultado de una serie de cálculos apoyándose en otros cálculos ya resueltos. A lo largo de los materiales encontrarán, en reiteradas ocasiones, este tipo de actividades, porque es importante promover en las y los estudiantes el uso de aquello que se sabe para abordar nuevos problemas y cálculos.

Para resolver los problemas de este apartado se requiere encontrar relaciones similares entre el cálculo conocido y el cálculo a resolver. En todas las actividades se proponen cálculos con números similares y –de hecho– en la actividad 2 se proponen los mismos cálculos que en la actividad 1 pero agregando 3.000 a los sumandos. Los procedimientos de resolución ponen en juego conocimientos vinculados al valor posicional de la numeración.

Por último, se propone un espacio de debate colectivo y de explicitación en torno a la resolución de estos problemas. Se espera que en dicha instancia se arribe a conclusiones comunes vinculadas a las relaciones entre los distintos cálculos. Algunas afirmaciones que pudieran surgir son "si ya sé que 200+200=400, para sumar 201+205 solo falta agregar la suma de 5+1 al 400" o "partiendo del resultado de una suma puedo averiguar el resultado de dos restas".

CÁLCULOS PARA SEGUIR PENSANDO

1. Sabiendo que 200 + 200 = 400, averiguá los resultados de:

a- 201 + 205 =
b- 210 + 210 =
c- 400 - 200 =
d- 230 + 230 =

2. Sabiendo que 3.200 + 3.200 = 6.400, averiguá los resultados de:

a- 3.201 + 3.205 =
b- 3.210 + 3.210 =
c- 6.400 - 3.200 =
d- 3.230 + 3.230 =

3. Sabiendo que 2.400 + 2.500 = 4.900, averiguá los resultados de:

a- 2.400 + 2.400 =
b- 4.900 - 2.400 =
c- 4.900 - 2.500 =
d- 2.450 + 2.550 =

Problemas con cantidades que se repiten

Sugerimos iniciar el trabajo a partir de una serie de problemas que tienen la intención de que las chicas y los chicos comiencen a vincular la suma de cantidades que se repiten con una nueva operación. No esperamos que propongan los vínculos, y mucho menos los símbolos, pero sí que reconozcan que por las distribuciones de los objetos en las imágenes es posible realizar sumas reiteradas en lugar de conteo.

Por ejemplo, en el problema 1 –al tener disponibles las imágenes de 5 panes– las chicas y los chicos podrían contar esos 10 y luego seguir contando sobre los mismos 10 para llegar a 20, o podrían sumar 10 más 10. Los mismos recursos pueden utilizarse para los problemas 2 y 3.

1. En cada bandeja se hornean 10 panes. ¿Cuántos panes se hornearán en dos bandejas iguales a esta?

2. Charo compró 3 paquetes de pilas iguales a este. ¿Cuántas pilas compró?

3. Una bolsa trae 8 manzanas. Si Mariela llevó 2 bolsas, ¿cuántas manzanas compró?

Los **problemas 4 y 5**, como verán, a pesar de usar la misma imagen promueven sentidos diferentes. El número 4 es una situación de reparto, en cambio el número 5 involucra relaciones proporcionales.

4. Clarita tiene 15 ajíes. Si pone 3 en cada bolsa, ¿cuántas bolsas puede armar?

5. Una bolsa trae 3 ajíes. ¿Cuántos ajíes traen 4 bolsas iguales a esa?

Luego de trabajar con los cinco primeros problemas, la propuesta presenta el **número 6** con la intención de que se vuelva necesario, de alguna manera, usar sumas o tal vez en algunos casos multiplicaciones, en lugar de hacer conteo y sobreconteo a partir de las imágenes. Se aclara que podrían proponerse más problemas en los que solo se mencionan las cantidades, sin imágenes disponibles, como por ejemplo: "Un paquete de pastillas trae 9 pastillas, ¿cuántas pastillas habrá en 5 paquetes? ¿y en 10 paquetes?". Para resolver el problema 6, las y los estudiantes podrían apoyarse en dibujos o marcas gráficas realizadas por ellas y ellos, lo que implica un avance en las abstracciones que esperamos se consigan.

6. Una caja de lápices de colores trae 6 lápices. ¿Cuántos lápices habrá en 4 cajas iguales a esa?

Con el fin de dar pie al trabajo con la representación simbólica de la multiplicación se sugiere resolver la siguiente situación de manera colectiva, que podrá ampliarse con otros problemas similares cuando las y los docentes lo crean conveniente.

Para revisar y pensar entre todas y todos

¿Cómo hicieron para resolver los problemas anteriores? Si no usaron cálculos, ¿cuáles podrían usarse? Pueden probar con la calculadora. Anoten los cálculos que van haciendo.

Tal vez, y según el nivel de conocimientos, sea posible para algunas y algunos estudiantes proponer el recorrido a partir de esta segunda parte.

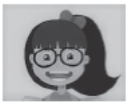
Problemas con cálculos

A continuación, les proponemos dedicar unas clases para “REVISAR Y RECUPERAR” lo trabajado hasta el momento poniendo en diálogo el cálculo de suma con el de multiplicación, introduciendo el signo de multiplicar como otra manera de escribir cálculos para situaciones en las que se suman cantidades que se repiten (al menos provisoriamente). Problemas como los siguientes ayudarán a las niñas y los niños a establecer esas relaciones. En el documento "Propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario. Operaciones II" se inicia este proceso a partir de una situación problemática que invita al trabajo de resolución y reflexión colectiva.

1. Para resolver entre todas y todos

En un grado se presentó el siguiente problema:

- En una bicicletería van a cambiar las ruedas de 3 bicicletas. ¿Cuántas ruedas se necesitan para ese trabajo?



Joaquina lo resolvió así

2 + 2 + 2 = 6

Antonia usó la calculadora de esta manera

3 X 2 = 6

Luciano lo resolvió así

3 + 2 = 5

¿Con quién o quiénes están de acuerdo? Expliquen su respuesta.

2. Resolvé estos cálculos. Acordate que podés usar la calculadora. Tenés una ayudita por si la necesitás.

4 x 5 también puede resolverse haciendo 5 + 5 + 5 + 5

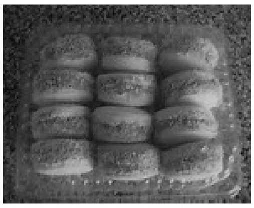
2 x 5 =	2 + 5 =	10 x 2 =
4 - 2 =	2 x 6 =	10 + 2 =

3. Marcá los cálculos que están bien.

4 x 2 = 8   5 x 4 = 20   4 x 4 = 12   4 x 8 = 32

El **problema 4**, **ítem a**, vuelve a apoyarse en imágenes, que podrán ser utilizadas por las alumnas y los alumnos que aún las necesiten para determinar las cantidades de alfajores. Sin embargo, el **ítem b**, y el **problema 5** requieren del uso de escrituras aritméticas para sus resoluciones.

4. a- ¿Cuántos alfajores hay en cada caja?



b- Escribí una suma y una multiplicación que permitan averiguar la cantidad de alfajores que hay en cada caja.

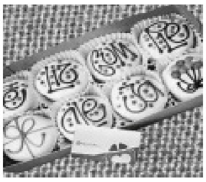
5. ¿Cuáles de estos cálculos permiten averiguar cuántos alfajores hay en la caja más chica y cuáles los que hay en la caja más grande?

4 X 2 4 + 4 2 X 4

3 X 2 2 X 3

2 + 2 + 2 + 2

2 + 2 + 2



Por último, el **problema 6** vuelve a apelar a las imágenes, aunque ya no para definir una cantidad sino para armar cantidades a partir de otras dadas. Es necesario aclarar que a pesar de que se haya realizado un trabajo sostenido respecto del uso de cálculos de multiplicar para resolver este tipo de problemas, es posible que algunas niñas y algunos niños sigan recurriendo a las sumas para su resolución.

6. En la panadería un empleado tiene que entregar pedidos que hicieron algunas clientas y algunos clientes.

a- Buscá dos maneras de entregar pedidos de 12 alfajores usando estas cajas.

Primera manera

Segunda manera

b- Buscá dos maneras de entregar pedidos de 18 alfajores usando esas mismas cajas.

Primera manera

Segunda manera

c- Buscá dos maneras de entregar pedidos de 24 alfajores usando esas mismas cajas.

Primera manera

Segunda manera

Problemas en los que hay que repartir

Para continuar con operaciones de este campo proponemos abordar situaciones de reparto a partir de la siguiente serie de problemas.

En los **problemas 1 y 2** las imágenes, nuevamente, podrán ser puntos de apoyo para pensar procedimientos de resolución. Para el **problema 3**, las y los estudiantes podrían, a partir del dibujo de todas las empanadas o de marcas que las representen, agrupar de a 4 tachándolas o encerrándolas con una línea; o podrían, sin tener los 12 dibujos, hacer 4 marcas, luego otras 4 e ir controlando el total de marcas, para seguir agregando grupitos de a 4 hasta que hayan dibujado 12 marcas; o podrían dibujar 4 marcas y contar luego una y otra vez sobre las mismas marcas hasta llegar a 12, controlando cuántas veces repitieron cada bolsita de 4; o podrían restar 4 al 12 tantas veces como sea necesario hasta no poder restar más (en este caso se llega al cero), controlando cuántas veces restaron. Es decir que las posibles resoluciones implican sumas o restas reiteradas. La o el docente podría luego ofrecer otros problemas en los que sea necesario repartir cantidades en partes iguales escogiendo números de fácil representación para las niñas y los niños, como el problema 3.

1. Manuel quiere poner los 12 alfajores de esta fuente en tres platos, de manera que en cada uno haya la misma cantidad. ¿Cuántos alfajores tiene que poner en cada plato?

2. Charo quiere compartir los 24 alfajores de la caja con sus 2 hermanos de manera que los tres reciban la misma cantidad. ¿Cuántos alfajores recibirá cada uno?

3. Tomás preparó 12 empanadas y las quiere guardar en 4 bolsitas poniendo la misma cantidad en cada una. ¿Cuántas empanadas tendría que poner en cada bolsita?

Por último, se remite a una revisión y reflexión sobre lo que se está estudiando.

Para revisar y pensar entre todas y todos

¿Cómo hicieron para resolver los problemas anteriores? Si no usaron cálculos, ¿cuáles podrían usarse? Pueden probar con la calculadora. Anoten los cálculos que van haciendo.

Problemas con números que se repiten en tablas para completar

Para avanzar en este campo de operaciones será necesario que las y los estudiantes se enfrenten a problemas que involucren series proporcionales. Sugerimos una serie de situaciones en las cuales las chicas y los chicos deberán completar tablas[3] y podrán hacerlo apoyándose en las imágenes e ir contando tantas veces como sea necesario la cantidad de huevos, alfajores o billetes que plantean los problemas, usando sumas sucesivas, hallando algunas relaciones entre dobles, sumando columnas e incluso apoyándose en algunos cálculos de multiplicar del propio repertorio. Colocar las imágenes ha sido una decisión didáctica pensada para estudiantes que aún no han tenido las experiencias suficientes y que requieran de las mismas a modo de apoyo para realizar sobreconteo.

Podrán ver que el **problema 1** presenta una relación de dobles entre tablas, o sea, la tabla b puede ser completada a partir de los dobles de los resultados de la tabla a, y la c a partir de los dobles de la tabla b. Estas relaciones pueden no ser visibles de manera inmediata para las y los estudiantes, sino que pueden recuperarse a partir de situaciones de intercambio para que las niñas o los niños que no las hayan identificado puedan “verlas” a propósito de las estrategias comunicadas por sus compañeras o compañeros. Sabemos también que hacer un conteo de 2 en 2 no reviste la misma complejidad que hacerlo de 8 en 8. Serán también los modos de control de las cantidades uno de los temas a intercambiar. Por ejemplo, si se van “tachando” sucesivamente los huevos habrá que controlar entre diferentes marcas, o si se van haciendo marcas a un costado de la hoja habrá que controlar la cantidad de marcas y de veces que se hicieron.

1. Completá las tablas que muestran la cantidad de huevos que se necesitan para hacer tarta, torta y flan.

a- Para hacer una tarta se usan 2 huevos.

Cantidad de tartas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	2									

b- Para hacer una torta se usan 4 huevos.

Cantidad de tortas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	4									

c- Para hacer un flan se usan 8 huevos.

Cantidad de flanes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	8									

[3] *Al hablar de tablas nos estamos refiriendo a un formato de presentación de la información y de la tarea a realizar, en el cual se ubican los datos en cuadros de doble entrada. Queremos enfatizar que no son las afamadas “tablas para memorizar”, si no que se constituyen en portadores de información.*

Con el **problema 2** se busca promover situaciones de estudio de matemáticas, apelando a que las y los estudiantes recurran a problemas ya resueltos para resolver nuevos problemas.

2. Usar los problemas para resolver nuevos problemas

Mirá estos cálculos. Tratá de resolverlos sin hacer cuentas. Las tablas que completaste te pueden ayudar. Podés usar la calculadora para comprobar.

2 x 6 =	4 x 3 =	8 x 5 =
2 x 8 =	4 x 7 =	8 x 8 =
2 x 9 =	4 x 10 =	8 x 3 =

3. Valentina encontró otra receta de flan que lleva 7 huevos. Completá la tabla que empezó.

Cantidad de flanes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	7									

El **problema 4**, además de poder resolverse a partir del cálculo de dobles, entre la tabla a y la tabla b, la tabla c puede completarse a partir del triple de la tabla a, o bien, sumándose las tablas a y b. Nos interesa aclarar que estas relaciones al interior de cada tabla, o de las tablas entre sí, pueden ser más o menos accesibles para algunas y algunos estudiantes, es por ello que las incluimos como estrategias posibles que se suman a las que mencionamos anteriormente. Hacerlas avanzar será parte del desafío de la enseñanza.

4. Estas tablas muestran la cantidad de alfajores que se necesitan para completar diferentes cajas. Completá las tablas.

Cantidad de cajas de 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	3									

Cantidad de cajas de 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	6									

Cantidad de cajas de 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	9									

Para continuar se propone, luego de haber resuelto un conjunto de problemas de series proporcionales, un trabajo colaborativo de intercambio y de estudio para reutilizar información disponible en cuadernos, carpetas y/o carteles.

Para resolver entre todas y todos

Usen las tablas de los problemas 3 y 4 y resuelvan estos problemas.

1. a- Una semana tiene 7 días, ¿cuántos días hay en 4 semanas?

b- ¿Cuántos días hay en 6 semanas?

2. En una empresa van a cambiar las ruedas de los camiones. Cada camión necesita 6 ruedas nuevas.

a- ¿Cuántas ruedas deben comprar para cambiar las de 5 camiones?

b- ¿Cuántas ruedas para 8 camiones?

A continuación, se presenta el problema 5 que podrá luego vincularse con el problema 6 por las cantidades involucradas.

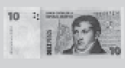
5. Completá la tabla que muestra la cantidad de huevos que se necesitan para hacer un budín.

Para hacer un budín se usan 5 huevos.

Cantidad de budines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	5									

El **problema 6**, a pesar de tener una imagen como apoyo posible, solo tiene una, por lo que las y los estudiantes deberán decidir de qué manera reponer aquellas cantidades que no están a la vista. Además, introduce la exploración de la multiplicación por la unidad seguida de ceros, a partir de tablas por 10 y por 100. Si bien es posible que las chicas y los chicos puedan reparar en que se agrega un cero en el caso de la multiplicación por 10 y dos ceros en el caso de la multiplicación por 100 será necesario realizar un intercambio que permita poner en discusión y debate las razones por las que esto ocurre, promoviendo la búsqueda de relaciones entre el sistema de numeración y el funcionamiento de las operaciones. Es posible que las y los estudiantes se apoyen en cálculos que sepan de memoria para completar estas tablas, o en el conteo usando los dedos para controlar la cantidad de billetes; sin embargo puede haber estudiantes que no sepan por dónde iniciar la resolución de estos problemas. En estos casos la o el docente podrá ofrecer los billetes de fantasía a quienes lo necesiten, o sugerir e indagar si las representaciones de billetes (dibujos informales realizados por ellos mismos mientras resuelven los problemas) pueden serles útiles. También es interesante hacer referencia a la información disponible en carteles con números y sus nombres, por ejemplo, para identificar en el cuadro numérico hasta el 100 que desde el 10, sumando 10, se pasa por todos los nudos. Si bien esta estrategia es posible, esperamos promover que las y los estudiantes logren avances hacia otras más vinculadas a la multiplicación.

6. Completá estas tablas.

Cantidad de billetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	10									

Cantidad de billetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100									

Luego del trabajo con las actividades destinadas a resolver y analizar cómo completar tablas de multiplicaciones se ofrecen situaciones problemáticas en las cuales las y los estudiantes usen esos resultados, disponibles en las carpetas y en las aulas, para resolver otros problemas. Será necesario que la reflexión acerca de la relación entre multiplicar y sumar varias veces la misma cantidad haya sido parte de las puestas en común.

Para todos estos problemas podés usar las tablas que completaste hasta ahora.

1. ¿Cuántas galletitas hay en total en 3 paquetes de 7 galletitas cada uno?

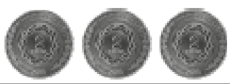
2. Pedro compró 4 paquetes con 5 figuritas cada uno. ¿Cuántas figuritas compró?

3. Si se reparten 18 galletitas entre 3 amigos en partes iguales, ¿cuántas le corresponden a cada uno?

4. Jorge quiere repartir 24 alfajores entre sus cuatro hijos en partes iguales y sin que sobre nada, ¿cuántos alfajores le dará a cada uno?

Asimismo, sugerimos que se presenten problemas de reparto de pequeñas cantidades (y cuyas soluciones sean números naturales), que permitan poner en juego los resultados que se encuentran en las tablas; es posible que las niñas y los niños no vinculen inmediatamente este tipo de problemas con las tablas de multiplicaciones, por eso será necesario que en las puestas en común se reflexione en torno a ello, poniendo a discusión el vínculo entre las estrategias que usan restas de cantidades iguales con aquellas que usan sumas de cantidades iguales y, finalmente, con las tablas de multiplicar. Por último, se sugiere realizar actividades de revisión y reinversión, con el **problema 5**, a modo de sistematización de algunas ideas que se vienen estudiando.

5. Escribí una suma y una multiplicación que permitan averiguar la cantidad de dinero que tiene cada chica o chico.

CANTIDAD DE DINERO DE:	SUMA	MULTIPLICACIÓN
DANA 		
MARTINA 		
GABRIEL 		
ABRIL 		
NACHO 		

OPERACIONES III

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 5º año o cursan 6º año y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

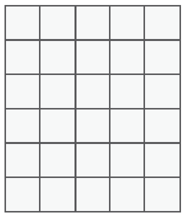
- Resolver problemas que involucran los siguientes sentidos de la multiplicación y de la división (organizaciones rectangulares, reparto y particiones) usando estrategias variadas de resolución (dibujos, sumas, restas, multiplicaciones, etc.).
- Construir un repertorio de cálculos multiplicativos a partir del análisis de relaciones entre productos de la tabla pitagórica.

Problemas con filas y columnas

Este nivel propone avanzar sobre situaciones problemáticas de multiplicación y división a partir del estudio de problemas de organización rectangular (también llamados de filas y columnas). Estos pueden servir para introducir la relación entre sumas reiteradas y multiplicación, o para seguir profundizando en lo anterior y en el uso de la multiplicación para resolver cierto tipo de problemas. Del mismo modo, abonan a pensar la relación entre multiplicaciones y divisiones. Queremos decir que es un nivel pensado para estudiantes que ya han transitado una serie de situaciones, pero que aún no tienen un amplio dominio de diversos sentidos de este campo, ni de cuáles podrían ser los cálculos que posibilitan resolverlos.

El **problema 1** permite, a quienes lo necesiten, apoyarse en el conteo para responder a la pregunta a), pero podrían aparecer sumas reiteradas. En la pregunta b) se espera que las y los estudiantes puedan reflexionar acerca de la posibilidad de abandonar el conteo uno a uno y pasar a usar una estrategia de sobreconteo o de suma para determinar la nueva cantidad de cuadraditos. En la discusión entre todas y todos, luego de resolver este problema, se les pueden proponer a las chicas y los chicos que averigüen cuántos cuadraditos habrá si se agrega otra fila (en lugar de columna) y con qué cálculo lo podrían averiguar; y luego averiguar cuántos habrá y qué cálculo permite averiguarlo si se agregan más de una fila o columna; es decir, buscamos instalar una discusión tendiente a reconocer la suma reiterada como posibilidad más cómoda y económica que el conteo o el sobreconteo. Podría proponerse usar la calculadora para comprobar que las sumas reiteradas fueron correctas.

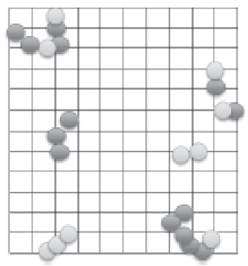
1. a. Octavio está pintando cuadraditos en la hoja de su carpeta. Ya pintó estos, ¿cuántos pintó?



b. Dice que si agrega una columna más solo debe sumar 6 al total y sabrá cuántos son. ¿Será cierto? Explicá cómo lo pensaste.

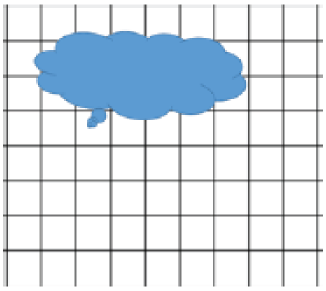
En el **problema 2** se les pide a las y los estudiantes que anoten los cálculos si es que los usan. En la puesta en común será muy importante gestionar la discusión para que los cálculos surjan y sean reflexionados.

2. ¿Cuántos casilleros tiene este tablero en total? Si hacés cálculos, anotalos.

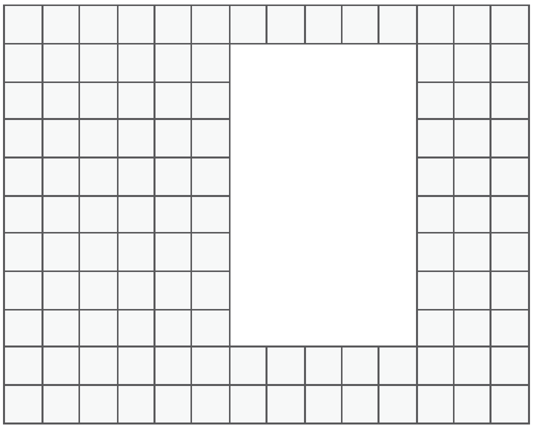


A continuación se propone trabajar con una configuración como la dada pero en la cual las “manchas” tapen a algunos cuadraditos enteros, tal como en los **problemas 3 y 4** de "Propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario. Operaciones III". La intención es que no puedan realizar el conteo directo y deban recurrir al cálculo, provocando el surgimiento de la relación entre conteo, suma y multiplicación.

3. ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir un patio como éste?

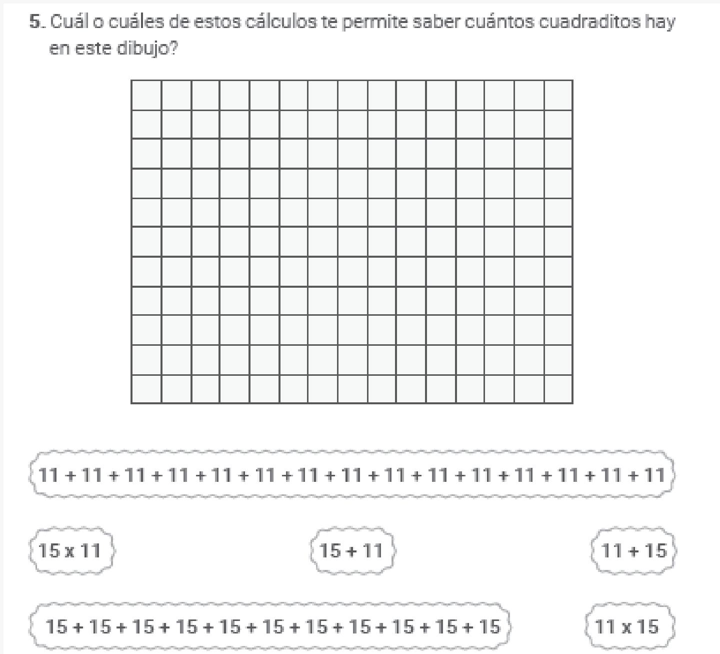


4. En una escuela quieren cambiar las baldosas del patio, pero dejando un espacio para educación física con césped. El dibujo muestra cómo quedaría el patio cuando se termine. ¿Cuántas baldosas se necesitan para este arreglo?



Por supuesto es posible proponer otros nuevos problemas similares, decidiendo el tamaño de los rectángulos involucrados, cuántos cuadraditos no están visibles y en qué posición, a partir de considerar los aprendizajes alcanzados por las y los estudiantes.

Siguiendo con la intención de promover y provocar el uso de cálculos en lugar de conteo, con el **problema 5** se busca que se analice la posibilidad de usar multiplicaciones y comparar las estructuras multiplicativas con las aditivas que permiten resolver este problema. Una vez resuelto por todas y todos, si fuera necesario, se puede ofrecer otra configuración rectangular que tenga diferente cantidad de filas y columnas que la dada, junto a varios cálculos, de los cuales algunos permitan saber cuántos cuadraditos hay en la tabla y otros no (por ejemplo, si la tabla es de 11 filas por 23 columnas, es posible ofrecerles el 11 sumado 23 veces, el 23 sumado 11 veces, 11 x 23, 23 x 11, 11 + 23 y 23 +11, y otros cálculos entre los cuales las alumnas y los alumnos deberán elegir los que creen que sirven), situación que se puede analizar de la misma manera que se hizo con el problema 5. Nuevamente, en la reflexión colectiva que se produzca luego de resolver, será importante conversar acerca de por qué sirvieron ciertos cálculos y por qué no otros, en qué se parecen o qué tienen en común los que sirven, llevando la discusión hacia la posibilidad de usar multiplicaciones como algo más económico que usar sumas reiteradas.



5. Cuál o cuáles de estos cálculos te permite saber cuántos cuadraditos hay en este dibujo?

11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11

15 x 11

15 + 11

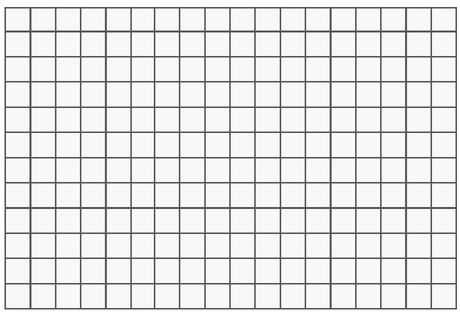
11 + 15

15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15

11 x 15

En el **problema 6** es posible que surjan respuestas del tipo aditivas (11 veces el 18 sumado) y del tipo multiplicativas (18 por 11). Será necesario conversar con todas y todos luego de resolver y dirigir la discusión hacia la conveniencia de usar multiplicaciones. Para insistir con esta idea, se podría ofrecer a las y los estudiantes una nueva configuración aún con más cuadraditos (por ejemplo 20x25) y, si es necesario, aún cantidades mayores, de manera que noten la incomodidad de escribir tantas sumas. Queremos aclarar que no estamos previendo que las niñas y los niños resuelvan multiplicaciones como las del ejemplo mencionado (20x25=500) sino solamente que logren expresar la manera en que se podría averiguar cuántos cuadraditos son. Con estos problemas se pretende profundizar en la necesidad de realizar cálculos porque la cantidad de cuadraditos es mayor, así, a pesar de que pueden realizar conteo se invita a desestimar esa estrategia provocando el uso de una estrategia más avanzada.

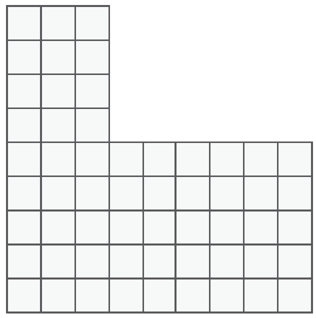
6. Anotá diferentes cálculos que te permitan averiguar cuántas baldosas tiene un patio como este.



Notarán que los primeros problemas presentan configuraciones con menor cantidad de cuadraditos que los últimos. El aumento de cuadraditos busca hacer más evidente la necesidad de usar cálculos (sumas o multiplicaciones, pero queriendo llegar a sistematizar el uso de la multiplicación) en lugar de conteo. Una vez que las y los estudiantes comienzan a usar multiplicaciones para expresar los cálculos, podrán reducir el tamaño de los cuadros e invitarlos a calcular la cantidad de cuadraditos usando las tablas que ya completaron en problemas anteriores. Se puede proponer que comiencen a registrar un repertorio de multiplicaciones que ya saben de memoria porque fueron apareciendo muchas veces.

Para usar lo aprendido

Escribí dos cálculos que permitan saber cuántos cuadraditos hay en este dibujo.



Escribí un problema con filas y columnas, que se pueda resolver usando este cálculo: **6 x 7**

Para finalizar con este grupo de problemas se propone un conjunto de situaciones tendientes a reinvertir lo que se ha venido estudiando en estas últimas actividades.

Otros problemas con filas y columnas

En "Propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario. Operaciones III" encontrarán nuevos problemas de organización rectangular, pero sin dibujos o representaciones.

En el **problema 1** se presenta nuevamente una situación de configuraciones rectangulares pero sin el dibujo. Esto invita al cálculo, sin embargo, uno de los posibles procedimientos puede ser recurrir a su representación en la hoja cuadriculada o haciendo un dibujo para realizar un conteo. La intervención del docente deberá orientarse a que las y los estudiantes busquen cálculos que les permitan resolver ese tipo de problemas, por lo que será muy interesante que puedan escribir tanto sumas reiteradas como multiplicaciones que permitan resolver el problema. Luego, en la puesta en común, podrán vincular los resultados comenzando a analizar que para resolver 20x8 es posible pensar en 2x8. Luego podrían resolver situaciones similares, pero con diferentes cantidades, en las que se ponga de manifiesto la potencia de expresar con multiplicaciones la cantidad total de “cuadraditos” (sillas, flores, o lo que sea dentro del contexto del problema) y se pueda vincular la resolución con otras multiplicaciones que podrán encontrar en las tablas completadas con anterioridad (Nivel 1 de este campo) o que tengan como portadores de información en el aula y en sus carpetas o cuadernos.

1. La municipalidad está ordenando las sillas para una función de teatro en la plaza del barrio. Al acomodar las sillas colocan 8 filas con 20 butacas en cada una. ¿Cuántas sillas usaron en total?

El **problema 2** con sus diferentes ítems propone empezar a pensar en la relación entre la multiplicación y la división. Sin embargo, no estamos suponiendo que las y los estudiantes identificarán esta relación de manera inmediata, sino que se espera que desplieguen diferentes estrategias para resolver el problema: recurrir a cálculos disponibles en tablas que se hayan completado con problemas anteriores (por ejemplo, los de tablas de proporcionalidad con huevos y alfajores); dibujar, realizar restas o sumas sucesivas hasta llegar a la cantidad que se busca, etc. En el ítem c, particularmente, podrán comparar diferentes formas de distribuir los plantines apoyándose en sus estrategias.

2. En una granja están armando una huerta.

a. Hay 35 plantines de lechuga. Si se quieren hacer 7 filas, ¿cuántos plantines se deben colocar en cada fila?

b. Si hay 64 plantines de tomates, ¿cuántas filas de 8 plantines pueden armarse?

c. Hay 48 plantines de radicheta, ¿cuántas filas armarías y cuántos plantines pondrías en cada una si querés que no sobre ningún plantín?

En cuanto al **problema 3**, si bien es un problema similar al 2, los números puestos en juego son mayores, aunque son considerados más "amigables" por ser redondos.

3. Para una función de la Orquesta Escuela se compraron 220 sillas. El organizador dice que puede ordenarlas en filas de 10 sillas cada una.

a. ¿Cuántas sillas tendría cada fila?

b. Si decide organizarlas colocando 22 sillas en cada fila, ¿cuántas filas tendría que armar?

Si encuentran que las y los estudiantes pueden avanzar con estos problemas sin mayores dificultades, se les pueden proponer otros problemas similares con otros números no redondos y/o de otros rangos numéricos, sugiriendo el uso de la calculadora para la resolución de los cálculos. De esta manera, el centro del problema será el sentido y la elección de cálculos dejando de lado la dificultad que pueda presentar la propia resolución de los cálculos en este momento.

Por último se propone, nuevamente, un trabajo de intercambio, reflexión y argumentación, a partir de la revisión de los problemas anteriores.

Para revisar y pensar entre todas y todos

Vuelvan a mirar los problemas 1, 2 y 3. Revisen y compartan en el grupo qué cálculos hicieron para resolverlos. Luego escriban algunas ideas que los ayuden a explicar por qué este tipo de problemas pueden resolverse usando multiplicaciones.

ATR

Problemas para completar, analizar y usar la Tabla Pitagórica

Sabemos que muchas chicas y muchos chicos posiblemente no cuenten aún con estrategias de cálculos multiplicativos memorizados. Sin embargo, estas propuestas no apuntan a la memorización de tablas, sino a entender cómo se completa este cuadro para luego estudiar algunas relaciones entre las multiplicaciones, e incluso su relación con cálculos de dividir.

Completar, analizar y usar la tabla y sus productos involucra un trabajo matemático que excede, por mucho, la memorización de los cálculos multiplicativos. Establecer relaciones de filas o columnas entre sí permitirá un ingreso al funcionamiento de las operaciones del campo multiplicativo, a sus propiedades, e incluso podrá sentar bases para pensar en múltiplos y divisores. No se está pensando en abarcar todos esos contenidos, y mucho menos en utilizar sus términos (nombres), aunque sí se considera importante que las y los docentes sepan la potencialidad de esta herramienta. Por esto, se sugiere que las y los estudiantes resuelvan toda una batería de problemas que las y los acerquen al estudio sistemático de las relaciones que la tabla pitagórica permite establecer.

Para hacerlo, se propone un trabajo a partir de una serie de problemas a los que seguramente ya han accedido las y los docentes a partir de otros materiales que se han elaborado y compartido durante 2020 y 2021. Nuevamente se quiere evidenciar que la calculadora es una herramienta de la que deben disponer las alumnas y los alumnos tanto para resolver varios de estos problemas como para probar y comprobar resultados.

En "Propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario. Operaciones III" esta actividad se inicia, como muchas otras, con el siguiente cartel:

Podés usar la calculadora para resolver y para comprobar los resultados.

Con los **problemas 1 y 2** se brindan algunas situaciones a partir de las cuales se propone trabajar con el funcionamiento de la tabla. Son problemas que apuntan a entender cómo usarla para obtener resultados de multiplicaciones.

En esta parte podés encontrar, por ejemplo, los resultados de 4 x 5 o de 5 x 4 de las siguientes maneras:

4 x 5 → columna 4

5 x 4 → columna 5

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4 x 5 → **4**	4	8	12	16	**20**	24	28	32	36	40
5 x 4 → **5**	5	10	15	**20**	25	30	35	40	45	50

1. Buscá en esta parte de la tabla pitagórica los resultados de:

2 x 3 =

4 x 8 =

3 x 7 =

5 x 9 =

2. Anotá otros cálculos de multiplicar que hayas encontrado en esta tabla.

Los **problemas 3 y 4** exigen completar los resultados de filas y columnas que pueden resolverse a partir de diversas estrategias, por ejemplo: realizando conteo a partir de marcas, usando cálculos de suma, haciendo sobreconteo, o sea, apoyándose en los resultados de la fila o columna anterior y agregar la cantidad correspondiente. Para estos problemas agregamos una “pista”, que podrá ser utilizada o no por las y los estudiantes. Esta pista la recuperaremos más adelante con el problema 7 ya que también involucra la relación entre dobles y mitades.

3. Esta es la tabla hasta el 10. Completá las filas que faltan.

Una pista: los resultados de la fila del 5 te pueden ayudar a encontrar los de la fila del 10. O los resultados de la fila del 10 te pueden ayudar a encontrar los de la fila del 5.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5										
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10										

4. Completá las columnas del 2, del 4 y del 8.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1		3		5	6	7		9	10
2	2		6		10	12	14		18	20
3	3		9		15	18	21		27	30
4	4		12		20	24	28		36	40
5	5		15		25	30	35		45	50
6	6		18		30	36	42		54	60
7	7		21		35	42	49		63	70
8	8		24		40	48	56		72	80
9	9		27		45	54	63		81	90
10	10		30		50	60	70		90	100

El **problema 5** apunta a generar un proceso de reflexión colaborativo, organizado y coordinado por la o el docente. Requiere que las chicas y los chicos hayan resuelto varios problemas que involucren completar y usar la tabla, para poder reconocer los motivos por los que muchos productos se repiten dos veces, algunos más de dos veces, y otros solo se encuentran una sola vez.

5. Para pensar y explicar entre todas y todos.

Vuelvan a mirar el problema 4.

a. Escriban los cálculos que permiten obtener los resultados sombreados en la diagonal del cuadro.

b. ¿Por qué creen que estos números no se repiten en otros casilleros? Anoten acá la respuesta o las respuestas que armen.

El **problema 6** está destinado al desarrollo de procesos de reflexión sobre el funcionamiento de la tabla pitagórica. Específicamente sobre las relaciones entre los resultados de una fila o columna con los resultados de otra u otras filas o columnas, lo que podríamos enunciar en términos más matemáticos como las propiedades de la multiplicación implícitas en la tabla.

6. Usando este pedacito de tabla:

					4	+	6		=		10
	X	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
12 + 18 = 30	**3**	3	6	9	**12**	15	**18**	21	24	27	**30**
	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Para recordar !

5 x 7 = 35

Factores producto

a. ¿Es verdad que, sumando los productos de la columna del 3 con los productos de la columna del 5, obtenés los productos de la columna del 8?

b. ¿Y cómo podrías averiguar, sumando dos productos, los de la columna del 7?

Es importante reflexionar acerca de la propiedad distributiva (sin que sea su denominación lo que se trabaje), es decir que las y los estudiantes puedan encontrar que, sumando los resultados de filas o columnas entre sí, pueden obtener los resultados de otras filas o columnas. Al mostrar una parte de la tabla con las acotaciones 4+6=10 y 12+18=30, no esperamos que las chicas y chicos puedan generalizar inmediatamente la relación explicitada, pero sí que puedan empezar a reconocer que esa relación se cumple en muchas otras partes y para otras filas y columnas. Luego se propone la pregunta a) para la cual es posible completar las columnas correspondientes y comprobar la veracidad del enunciado. Del mismo modo se pueden proponer otras preguntas similares, por ejemplo, “¿los resultados de la fila del 4 más los resultados de la fila del 5 dan los resultados de la fila del 9?”. Luego de responder esto último y conversar con las chicas y los chicos, se puede pasar al inciso b) para el que también las y los estudiantes podrían mirar las columnas completas que se encuentran en el problema 3 (se supone que ya lo completaron). Luego podrían proponer encontrar una suma que permita obtener alguna otra fila. Finalmente será fértil que las y los estudiantes dejen anotado en sus carpetas algunas frases que ayuden a recordar esta relación para que, más adelante, puedan volver a leerla y recuperarla o recordarla.

El **problema 7** promueve el reconocimiento de que sumando los productos de dos columnas puede obtenerse el resultado de una tercera columna en particular, siguiendo el trabajo de análisis iniciado en el problema 6. El ítem b, además del reconocimiento de que sumando dos veces los productos de la columna del 3 pueden obtenerse los productos de la columna del 6, busca que se reconozca que también estos productos pueden ser los dobles de la del 3 y que, en consecuencia, éstos la mitad de la del 6.

Lo que podría intentarse luego es buscar relaciones entre otras columnas del 2, del 4 y del 8 ya completadas en el problema 4 anterior, promoviendo que reconozcan que al duplicar los resultados de una fila o columna se obtienen los resultados de la fila o columna que es doble de la anterior. También pueden vincular esta reflexión con la pista dada junto al problema 3 y dejar por escrito esta relación identificada.

7. Más problemas con la tabla pitagórica.

a. Explicá cómo se pueden usar los resultados o productos de la columna del 3 para encontrar los resultados o productos de la columna del 6.

b. Explicá cómo se pueden usar los resultados/productos de la columna del 6 para encontrar los resultados/productos de la columna del 3.

Con el **problema 8** se espera que pueda usarse lo conversado y concluido con los problemas anteriores, ya que para completar la columna del 11 solo es posible sumar dos columnas (hay varias opciones claro, pero solo de sumas, no de multiplicaciones); en cambio, para completar la columna del 12 se puede recurrir a duplicar la del 6 o triplicar la del 4 o cuadruplicar la del 3, entre otros casos; o bien se puede sumar la del 2 con la del 10 o la del 1 con la del 11 recién obtenida, entre otras sumas. Si las y los estudiantes dejaron anotado, al resolver los anteriores problemas, de qué maneras diferentes es posible relacionar los resultados de unas columnas o filas con los de otras, entonces ahora podrían ponerlo en juego; incluso se podría ampliar la solicitud de analizar las filas del 11 y del 12 o a otras columnas o filas con números mayores. Si agregan la fila del 11, pueden vincular el resultado de 11x11 con lo conversado al resolver el problema 4 en el que había otros resultados de multiplicaciones que no se repetían.

8. Si se amplía la tabla poniendo los casilleros para las columnas del 11 y 12:

a. ¿Qué cálculos harías para completarlas más rápido?

b. Completá las columnas del 11 y del 12. Intentá usar otras columnas para ayudarte.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30		
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60		
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90		
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		

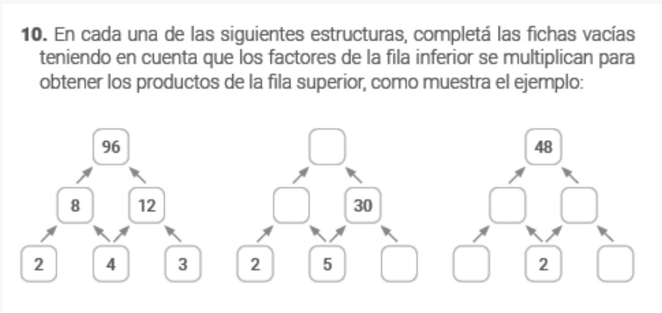
9. Resolvé las siguientes divisiones usando la tabla:

60 : 6 =	**48 : 8 =**	**72 : 9 =**
40 : 5 =	**63 : 7 =**	**28 : 4 =**
48 : 6 =	**27 : 3 =**	**45 : 5 =**

El **problema 9** propone relacionar la tabla pitagórica, tabla que contiene resultados de multiplicaciones, con la división; puesto que al saber el resultado de una multiplicación es posible averiguar el resultado de dos divisiones, por ejemplo, frente a 7x8=56, es posible deducir que 56:7=8 y que 56:8=7. Se espera que las y los estudiantes puedan comenzar a reconocer esta nueva utilidad de la tabla pitagórica, y es muy importante que esto suceda ya que la manera de poder empezar a guardar en la memoria algunos resultados de multiplicaciones (y por ende, de algunas divisiones) se va produciendo por usarlos en contadas ocasiones frente a problemas en los que sean pertinentes. La idea es que las y los estudiantes puedan apelar, en principio, a la tabla para buscar esos resultados tantas veces como sea necesario, pero también pueden aprender a usar la tabla "al revés" para buscar qué multiplicaciones dan cierto resultado. Es posible que algunas y algunos estudiantes no puedan usar la tabla inmediatamente para resolver este problema; será necesario mostrar con algún ejemplo la relación que permite responder, por ejemplo, que si preciso determinar el cociente de 54:9 es posible buscar en la tabla qué número multiplicado por 9 da por resultado 54, y esa búsqueda se realiza en la tabla recorriendo la columna o la fila del 9 hasta llegar al 54, y viendo qué número corresponde en la fila o columna perpendicular a la del 9.

Sería pertinente que, aunque las y los estudiantes puedan resolver los problemas 8 y 9 sin dificultades, se les propongan nuevas divisiones usando la tabla que involucren columnas o filas de números mayores que el 10 (la del 11 y 12 ya deberían estar completas por los problemas anteriores) para las cuales podría ser necesario completar la columna o fila correspondiente.

El **problema 10** convoca a seguir estableciendo un vínculo entre los cálculos de multiplicar y dividir, requiriendo situaciones que se pueden resolver desde ambos tipos de cálculos. Es posible que algunas y algunos estudiantes aún recurran a la tabla pitagórica para encontrar los números que necesitan. En ese sentido, se recuerda que el fin de este problema no es que memoricen cálculos sino que decidan cuáles, dónde y cómo buscarlos.


10. En cada una de las siguientes estructuras, completá las fichas vacías teniendo en cuenta que los factores de la fila inferior se multiplican para obtener los productos de la fila superior, como muestra el ejemplo:

La última propuesta sugiere un trabajo colectivo de análisis, intercambio y producción de ideas que será sumamente útil para elaborar carteles para el aula y las carpetas, con el fin utilizarse como herramientas de estudio de nuevos problemas que involucren multiplicaciones y divisiones.

Para revisar y explicar entre todas y todos

Decidan si las siguientes afirmaciones, relacionadas con la tabla pitagórica, son verdaderas:

- Si se suman los productos de la fila del 2 con los de la fila del 7, se obtienen los de la fila del 9.
- Si se quiere averiguar el producto de 3 x 8, se puede buscar el producto de 8 x 3.
- Los productos de la tabla del 6 son el triple de los productos de la columna del 2.
- Los productos de la columna del 10 son la mitad de los productos de la columna del 5.
- Los productos de la columna del 11 se pueden obtener restando los productos de la columna del 1 a la columna del 12.

Expliquen cómo se puede completar la columna del 9 usando los productos de las columnas del 4 y del 5.

OPERACIONES IV

Las propuestas que se incluyen en este nivel han sido pensadas para estudiantes que están por finalizar 6º año y requieren trabajar o volver a trabajar por un tiempo en torno a alguno/s de los siguientes contenidos:

- Resolver problemas que involucran los siguientes sentidos de la multiplicación y de la división: series proporcionales, repartos, particiones (con un mayor grado de complejidad que en el nivel III) y análisis del resto; usando estrategias variadas de resolución (dibujos, sumas, restas, multiplicaciones, etc.).
- Resolver problemas utilizando cálculos mentales apelando a la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, analizando regularidades y sus relaciones con el sistema de numeración.
- Ampliar y utilizar un repertorio de cálculos de multiplicación y división a partir de relaciones entre productos, apoyándose en diversas fuentes como la tabla pitagórica y la calculadora.

Problemas para resolver como puedas

Este nivel propone avanzar sobre situaciones problemáticas de multiplicación y división a partir del estudio de problemas de series proporcionales. Se decide iniciar el recorrido a partir del siguiente problema, que se ofrece como herramienta para revincular a las chicas y los chicos con estos contenidos:

1. En 6 paquetes de pastillas hay 54 pastillas, y en 9 paquetes del mismo tipo hay 81 pastillas.

a- ¿Qué cantidad de pastillas habrá en 3 paquetes como los anteriores? ¿Y en 18 paquetes?

b- Si sobre la mesa se cuentan 90 pastillas, ¿cuántos paquetes, iguales a los anteriores, se abrieron?

c- Para responder a algunas de las preguntas anteriores, ¿necesitaron averiguar la cantidad de pastillas que hay en un paquete? ¿Por qué?

d- Organicen todos los datos anteriores en la siguiente tabla:

Paquetes							
Pastillas							

e- Completen la última columna con valores inventados por ustedes y que correspondan al mismo tipo de paquete de pastillas.

Para resolver el **ítem a** es posible que las y los estudiantes sumen dos veces 81 o busquen su doble para saber la cantidad de pastillas en 18 paquetes, estrategia basada en “al doble de una le corresponde el doble de la otra”. Para averiguar cuántas pastillas habrá en 3 paquetes podrían buscar la mitad de 54 o la diferencia entre 54 y 81, la primera de estas dos estrategias se apoyan en que “a la mitad de una le corresponde la mitad de la otra”, y la segunda en que se puede obtener un valor de la tabla sumando o restando otros dos de la misma tabla, y esto para las dos variables en juego. No se espera que las y los estudiantes expliciten estas relaciones o las usen para argumentar sus decisiones, pero se sabe que las usan de manera implícita.

El **ítem b** pide averiguar la cantidad de paquetes en lugar de preguntar por las pastillas resultantes, esto permite ingresar o retomar un tipo de trabajo diferente pues involucra la división como estrategia experta. Para responder cuántos paquetes se abrieron si hay 90 pastillas las y los estudiantes podrían aprovechar que saben que en 9 paquetes hay 81 pastillas, y la diferencia con 90 es 9, entonces significa que hay un paquete más. Esta estrategia también se apoya en la propiedad antes mencionada, pero a su vez permite averiguar la cantidad de pastillas que hay en un solo paquete, y a partir de saber esto las chicas y chicos podrían recurrir a:

- sumar 9 tantas veces como sea necesario para llegar a 90, o lo más cerca posible, luego contar cuántas veces se sumó y considerar si se llegó justo a 80 o no;
- restar 9 desde 90 hasta ya no poder restar más, luego contar cuántas veces se restó y considerar si se llegó a 0 o no;
- como 10x9=90, entonces son 10 los paquetes;
- dividir es otra posible estrategia, planteando 90:9 y el resultado, 10, es la cantidad de paquetes abiertos.

Con respecto a estas últimas estrategias, aunque no hayan aparecido por parte de las y los estudiantes, es importante que se discutan, debatan, reflexionen y difundan en los momentos de intercambio colectivo, ya que permiten resolver de manera más económica y fiable muchos problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa, especialmente cuando los números en juego no son tan cómodos o no favorecen el cálculo mental, y también cuando deja de usarse exclusivamente el campo de los números naturales y se inicia un trabajo con los números racionales.

Esta estrategia no solo es posible sino que además es deseable que surja ya que, averiguar la "constante de proporcionalidad", es una tarea necesaria en la resolución de muchos problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Al igual que sucede con otras estrategias, si no las proponen las y los estudiantes, las puede presentar la o el docente en la puesta en común, y para hacerlo podría decirles: *"En otro curso vi que resolvían así… (muestra la estrategia la o el docente)… ¿qué les parece? ¿Qué significa esto que hicieron? ¿Por qué lo habrán hecho así?"* o bien promover directamente la discusión acerca de qué multiplicaciones o divisiones también podrían ser un medio de solución a los problemas resueltos con sumas y restas.

El **ítem c** es interesante para pensar en una situación de intercambio grupal. En este punto podrá ponerse de manifiesto explícitamente el hecho de haber averiguado la "constante de proporcionalidad" como complemento de las demás estrategias. Se puede resaltar que es una estrategia privilegiada averiguar dicha constante para muchos problemas de este tipo; sin embargo será importante explicitar que no siempre es conveniente o indispensable resolver apelando al valor de la constante. Es por ello que cuando se avance en la resolución de problemas de series proporcionales, será necesario incluir algunos cuyas constantes sean cantidades difíciles de "atrapar", y se muestre como más fiable recurrir a otras propiedades como ser "al doble el doble", "al triple el triple", "a la mitad la mitad", sumando o restando valores entre sí, entre otras. Más adelante se darán algunos ejemplos para su tratamiento.

En los **ítems d y e**, el problema requiere organizar los datos (ofrecidos y obtenidos luego de haber resuelto las primeras partes) en una tabla, pero es posible que ayude empezar organizando los datos ofrecidos, ya que suele ser más simple resolver con la información volcada en la tabla. Si se detecta que esta es una necesidad de las y los estudiantes podrá recurrirse a los niveles anteriores, en los que se encontrarán otras propuestas para trabajar multiplicación y división.

2. a- En un centro cultural están armando un cuadro para saber rápidamente cuánto cobrar las entradas. Ayudá a completarlo sabiendo que la entrada siempre tiene el mismo valor.

Cantidad de entradas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Precio en ($)	120		360		600	720			

b- Si 10 entradas salen $ 1.200, ¿cuánto saldrán 20 entradas?

c- ¿Y 30 entradas?

Será importante que se ofrezcan nuevos problemas similares pero con otras cantidades en juego y otros contextos, en los que las y los estudiantes vuelvan a usar las estrategias que se hayan puesto en discusión en la puesta en común, y que preferentemente hayan quedado registradas en afiches y carpetas.

Los **problemas 2 (ítem a) y 4** de esta sección tienen tablas que se deben completar a partir de información dada en las mismas. Esta forma de ofrecer y organizar la información colabora con algunas estrategias de resolución ya que es posible reconocer espacialmente las variaciones y relaciones de los números involucrados. Luego de las tablas, se ofrecen preguntas que también refieren a series proporcionales, pero en las que la información se encuentra disponible de un modo diferente. Es posible que las y los estudiantes necesiten orientaciones para reconocer que estas preguntas que están fuera de la tabla se responden con la misma información y, posiblemente, las mismas estrategias que dentro de ella.

Para completar la tabla, una de las estrategias que podrían desplegar las chicas y los chicos es sumar reiteradamente 120, es decir, el valor de una sola entrada. Por ejemplo, para completar el precio de dos entradas, podrían sumar 120+120; para completar el precio de 4, podrían sumar 4 veces 120 (120+120+120+120) y así seguir para los demás casilleros; pero también podrían usar una estrategia multiplicativa, por ejemplo para 4 entradas podrían hacer 120x4; para 9 entradas 120x9. Además podría surgir una estrategia aditiva apoyada en los diferentes datos que da la tabla, no solo en el primero, por ejemplo para el precio de 4 entradas podrían sumar 360+120, es decir apoyarse en el recuadro anterior pues 360 es el precio de 3 entradas.

Es deseable que reconozcan esta última estrategia como posible y útil, ya que es un buen ingreso a una de las propiedades de la proporcionalidad. Si bien esta estrategia involucra la propiedad distributiva, no es necesario identificar ese nombre, pero sí explicitar la relación de que es posible sumar dos valores para componer un tercero.

La estrategia multiplicativa mencionada también es deseable que surja, que se discuta en las puestas en común, para que sea difundida entre todas y todos, ya que permite averiguar resultados de manera menos extensa que sumando. Pero no hay que perder de vista que, según las cantidades en juego, será más simple para muchas y muchos estudiantes sumar que multiplicar, y es por eso que se comienza el trabajo con cantidades de bajo orden con las que es posible operar mentalmente, para luego proponer cantidades mayores en las que la multiplicación será la estrategia más conveniente.

En caso de notarse que algunas y algunos estudiantes no estén pudiendo resolver estos problemas, puede recurrirse a problemas similares pero con valores menores, en los que pueda usarse la tabla pitagórica como recurso para encontrar multiplicaciones que permitan completar los cuadros. Se vuelve a recordar la disponibilidad de colecciones de problemas de niveles de menor complejidad para quienes lo necesiten.

Con los **ítems b- y c-** se puede poner en juego la multiplicación por la unidad seguida de ceros, ya que podría surgir la relación entre el 10 con el 1.200 de este ítem y el 1 con el 120 de la tabla. De esa manera, para responder cuánto cuestan 20 entradas, las chicas y los chicos podrían decir que cuesta 2.400 porque le agregan un cero al 240 de la tabla que corresponde a 2 entradas; algo similar podría surgir con la pregunta por 30 entradas.

Es posible que algunas o algunos estudiantes no reconozcan esta relación y que utilicen relaciones aditivas para responder, por ejemplo, para 20 entradas podrían sumar dos veces 1.200 (lo que cuestan 10 entradas), pues 10+10=20, para 30 podrían sumar tres veces 1.200 o sumar una vez más 1.200 a los 2.400 calculados antes, pues 30=20+10. Es deseable que estas relaciones, así como diferentes estrategias, se conversen en las puestas en común, aun cuando ninguna o ninguno las propusiera, ya que constituyen ingresos interesantes a las propiedades de la proporcionalidad.

A diferencia del 2, **el problema 3** no ofrece tablas para completar y es posible que para algunas y algunos estudiantes sea útil organizar la información en una tabla.

3. Mariana puso un puesto de comidas en una feria vecinal.

a- Gastó $1.200 en 8 paquetes de gaseosas. ¿Cuánto pagó por cada paquete?

b- Gastó $630 por 7 cajas de helado. ¿Cuánto pagó por cada caja?

Podrá sugerirse dicha organización si no están pudiendo desplegar ninguna estrategia para resolver el problema. Incluso se podría ofrecer, además de una estructura de tabla con los datos y la pregunta, algún otro casillero para averiguar. Por ejemplo: **en el ítem 2. a-** se dice que con $1.200 se compraron 8 paquetes de gaseosa, y se pregunta el valor de un solo paquete; para algunas o algunos estudiantes podría ofrecerse una tabla como la que sigue:

Cantidad de paquetes de gaseosa	8	4	2	1
Precio ($)	1.200			

Puede verse que en este caso se han agregado los casilleros correspondientes a 4 y 2 paquetes, pues es posible que buscar mitades sea relativamente simple para algunas chicas o chicos.

Para este problema la estrategia experta sería una división (1.200:8 y 630:7), pero es muy posible que muchas chicas y muchos chicos no la reconozcan como estrategia posible, por lo que buscarán otras, como probar multiplicaciones por 8 que les permitan acercarse a 1.200 o multiplicaciones por 7 que den resultados cercanos a 630, poniendo en juego algunas multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. En caso de no aparecer estas multiplicaciones será necesario que se comenten o presenten en las puestas en común (con el estilo de comentario *“en otro curso resolvieron así… ¿Qué les parece? ¿Por qué lo habrán hecho así?”*), en especial que surja la estrategia “sabiendo 7x9=63 se puede saber que 7x90 será 630”. Si fuera evidente que las y los estudiantes no pueden darse una idea de cómo resolver, será posible ofrecerles otros problemas cambiando el sentido de la división o el tamaño o redondez de los números en juego, por ejemplo:

- *"Se gastaron $1.200 en paquetes de gaseosa. Cada uno cuesta $150. ¿Cuántos paquetes se compraron?":*

Algunas y algunos estudiantes podrían recurrir a restas reiteradas o sumas reiteradas de 150 para llegar a responder; otras y otros podrían aproximarse por multiplicaciones, por ejemplo "150x10=1.500, me pasé", "150x5=750, me quedé corto" y así seguir probando.

Otro ejemplo de problema que colaboraría en iniciar una resolución podría ser:

- *"Se gastaron $1.000 en 10 paquetes de gaseosas. ¿Cuánto costó cada uno?"*

Aunque es muy similar al problema original, el hecho de que los números en juego sean redondos podría significar mayor simpleza dado que podrán apelar a multiplicaciones por 10 para aproximarse a 1.000. Será necesario que en las puestas en común se pueda conversar acerca de la posibilidad de usar divisiones. Si hubiese sido necesario recurrir a problemas más simples, como los ejemplos dados, para que las y los estudiantes puedan responder, entonces será conveniente que luego de resolver estos problemas se agreguen nuevos con otras cantidades para que logren reutilizar aquellas estrategias que conocieron a partir de la puesta en común.

En el **problema 4** nuevamente la tabla para completar ayuda a organizar la información, pero esta vez se complejiza la situación ya que las cantidades de la primera fila no están ordenadas de menor a mayor, ni de izquierda a derecha. Esto no quita la posibilidad de resolver el problema mediante estrategias ligadas a las propiedades de la proporcionalidad directa, pero puede traer algunas confusiones a las y los estudiantes. Por lo tanto, será necesario en algún momento conversar entre todas y todos, luego de las resoluciones, considerando el análisis de errores y confusiones.

Otra complejidad que acerca este problema es que no se da la información del valor de un balde de pochoclo (de hecho es la primera pregunta debajo de la tabla), esto tiene la intención de que las y los estudiantes reconozcan que no es necesario siempre obtener el valor de la unidad para resolver estos problemas. En este caso, sabiendo que con 20 baldes se recaudaron $1.400 es posible averiguar la recaudación de otras cantidades apelando a divisiones o multiplicaciones de las cantidades correspondientes, o a sumas o restas entre dos o más columnas para averiguar lo que va en otra columna. Por ejemplo, para 40 baldes se podrá sumar dos veces 1.400 o multiplicar 1.400x2, y para 10 baldes se podrá dividir 1.400 por 2, es decir, reconocer que corresponde la mitad de lo referente a 20 baldes. Para 32 baldes, las y los estudiantes podrían darse cuenta de que 32 es el doble de 16, por lo que se recauda el doble de 1.120. Es posible que muchas y muchos no reconozcan esta relación (32=16x2) inmediatamente, por lo que será útil que se propongan buscar estas relaciones en la tabla para ver cómo seguir completando los casilleros vacíos; por ejemplo identificar que 52 es 32+20, por lo que se podrá sumar lo que corresponde a 20 baldes con lo que corresponde a 32 baldes y obtener lo que corresponde a 52 baldes.

Las y los docentes que estén a cargo de estas actividades podrán notar que se pueden completar los diferentes casilleros de toda la tabla sin necesidad de averiguar el valor de un balde, pero si hay estudiantes que no logran reconocer las relaciones hasta aquí mencionadas, entonces se puede recurrir a la estrategia de averiguar la unidad y calcular primero el valor de un balde y luego calcular la recaudación para cada cantidad de la tabla realizando multiplicaciones por 70 o sumas de 70 reiteradas. Será necesario que en la puesta en común se valoricen las estrategias basadas en estas relaciones, aunque no se propone el estudio sistemático y con nombres de las propiedades de la proporcionalidad directa, sino que se propone mantener su análisis como exploratorio. Tampoco se busca que las y los estudiantes mecanicen técnicas algorítmicas ni formas únicas de representación para resolver esta clase de problemas.

4. a- Tupac es encargado de un puesto de comidas y está anotando las recaudaciones del balde de pochoclo de toda la semana. Ayudalo a completar la tabla para saber cómo fueron las ventas.

DÍA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO
Cantidad de baldes	20	16	10	40	32	52
Dinero recaudado	1.400	1.120				

Finalmente, se proponen actividades para que las y los estudiantes recuperen algunas de las ideas que posiblemente hayan circulado en los intercambios colectivos. El primer ítem tiene la intención de que puedan argumentar, explicitar lo que tal vez fue usado de manera implícita para calcular el doble o triple de una magnitud. En cambio el ítem b intenta buscar argumentos sobre cómo calcular el valor de la unidad o constante de proporcionalidad. Es a partir de estas explicaciones que pueden desplegarse las puestas en común, pero es posible que muchas y muchos estudiantes no puedan explicar más que con cálculos. Será conveniente entonces que las y los docentes a cargo puedan ofrecer algunos argumentos o explicaciones para que las y los estudiantes vayan conociendo el modo de argumentar que se espera que construyan.

Para pensar y resolver

a- Volvé a mirar el problema 2.

¿Cómo hiciste para resolver las preguntas de los ítems b y c?

b- En el problema 3, ¿cómo hiciste para saber cuánto sale cada paquete de gaseosa y cada helado?

Otros problemas para resolver como puedas

Se propone desde el **primer problema**, y también con los siguientes de esta parte, permitir que las y los estudiantes utilicen sus propias estrategias, sean estas de sumas o restas reiteradas o utilizando multiplicaciones y divisiones; incluso, algunas y algunos podrían usar dibujos para organizar su información y luego calcular a partir de lo que representaron.

1. En el barrio de Julia se están construyendo 4 casas iguales. Para cubrir el piso de una casa los obreros calcularon un total de 240 baldosas.

a- ¿Cuántas baldosas se necesitarán para 2 casas con la misma cantidad de baldosas?

b- ¿Y para las 4 casas?

2. Unos pintores calcularon que para pintar 6 casas iguales necesitan un total de 540 litros de pintura. ¿Cuánta pintura calcularon que necesitan para 3 de esas casas? ¿Y para una?

3. Joaquín va a comprar tejas para su techo. Un cartel dice que se necesitan 24 tejas por cada metro cuadrado de techo.

a- Si tiene que comprar tejas para 10 metros cuadrados de techo, ¿cuántas tejas necesita?

b- ¿Y para 20 metros cuadrados?

c- ¿Es verdad que para saber cuántas tejas se necesitan para 30 metros cuadrados se pueden sumar la cantidad de tejas para 10 y para 20 de los problemas a y b?

Es recomendable que sigan la secuencia ofrecida en las "Propuestas didácticas para estudiantes del nivel primario. Operaciones IV" y que puedan poner en debate y dejar registrado en el aula y en las carpetas o cuadernos información ordenada en un cuadro. A continuación se comparte un modelo de cuadro, con el único fin acercar ideas para la elaboración de otros que se apoyen en las propuestas de las chicas y los chicos del aula.

Para recordar

Algunos problemas muestran la relación entre dos **magnitudes** (por ejemplo, paquetes y caramelos, maples y huevos, autos y ruedas, etc.). A veces sucede que si sumamos dos magnitudes, las magnitudes correspondientes también se suman (por ejemplo si se suman las cantidades de caramelos de 1 y 2 paquetes da la cantidad de caramelos de 3 paquetes). A veces también sucede que si duplicamos o triplicamos la cantidad de una magnitud, también se duplica o triplica la cantidad correspondiente a la otra magnitud (por ejemplo al doble de paquetes corresponde el doble de caramelos). Y lo mismo pasa si es la mitad, un tercio o un cuarto. Cuando pasa eso para todas las cantidades se dice que entre esas magnitudes hay una relación de ***proporcionalidad directa***.

$1 + 2 = 3$ $5 \times 2 = 10$

la mitad

Paquetes	1	2	3	5	10	20
Cantidad de caramelos	5	10	15	25	50	100

la mitad

$5 + 10 = 15$ $25 \times 2 = 50$

4. En una fábrica se guardan las gaseosas en paquetes de 8 botellas. Completá la tabla con las cantidades que faltan.

Cantidad de paquetes	10	20	30	40	50	60
Cantidad de botellas de gaseosa	80					

5. Las cajas de galletitas Chispitas traen 15 paquetes en cada una. Completá la tabla para ayudar al repositor a controlar las cantidades.

Cantidad de cajas	4	8	16	20	24
Cantidad de paquetes					

A las sugerencias anteriores respecto de los momentos de intercambio para este grupo de problemas, se agrega la necesidad de tener en cuenta que en algunas tablas, en alguna de las columnas, lo que debe averiguarse no se ubica en la segunda fila, sino en la primera, actividad que es diferente en el marco del formato de tablas que se han venido proponiendo. Tal es el caso de la última columna del **problema 6**, en la que se da como dato la cantidad de chocolates que se envasan (192), pero no la cantidad de cajas necesarias para esos chocolates. Para resolverlo las niñas y los niños podrían recurrir a restar 24 varias veces (hasta no poder seguir restando) y luego contar cuántas veces restaron; o bien relacionar con la primera columna que dice que 120 chocolates se envasan en 5 cajas, entonces a 192 le restan 120 y al resultado le restan 24 hasta no poder restar más y luego contar cuántas veces restaron 24, lo que deberán agregar a las 5 cajas ya consideradas. También podrían relacionar con la segunda columna, ver cuánto falta desde 192 para llegar a 240 (lo que se envasa en 10 cajas) e identificar cuántas veces entra 24, luego esa cantidad de veces la deberán descontar de 10.

Otra opción podría ser que multipliquen 24 por diferentes números buscando acercarse a 192. Será interesante que en la puesta en común se converse sobre cómo elegir los números por los cuales multiplicar a 24 ya que, considerar los valores que se completaron en la tabla, significa tener mayor conciencia sobre la actividad resuelta. Por ejemplo, si inician proponiendo multiplicar por 10 no estarían considerando que ya completaron que para 10 cajas corresponden 240 chocolates, pero si miran esa columna y deciden que entonces debe multiplicar al 24 por un número menor que 10, mostraría que posiblemente estén teniendo en cuenta los valores y las relaciones en juego.

Finalmente, podría ser propuesto por las y los estudiantes el uso de la división 192:24 para averiguar la cantidad de cajas necesarias. De no ser propuesta esta división, si las y los estudiantes ya resolvieron con anterioridad problemas similares con otras cantidades y se conversó acerca del uso de la división como estrategia válida y eficiente para este tipo de problemas (por ejemplo, los ofrecidos en el grupo de problemas anterior, algunos renglones más arriba), entonces las y los docentes a cargo podrían preguntar a la clase, en la puesta en común, si sería posible usar divisiones para completar esa parte de la tabla, y qué división proponen ampliando así el repertorio de estrategias posibles.

6. En una fábrica se envasan chocolates en cajas de 24 unidades. Completá la tabla.

Cantidad de cajas	5	10	24	48	480	
Cantidad de chocolates						192

7. En un negocio se venden hamburguesas en cajas de 30 unidades. Completá la tabla.

Cantidad de cajas	30	31	32	35		
Cantidad de hamburguesas					120	180

Respecto de los **problemas 8 y 9,** quien esté a cargo de las actividades deberá conversar con las y los estudiantes acerca de por qué estos problemas no involucran relaciones de proporcionalidad directa. Para tal fin podrían hacer preguntas que remitan al recuadro anterior "Para recordar" en el que se explicitaron características de las situaciones de proporcionalidad directa.

8. En un almacén se vende agua en diferentes envases.

¡Precios de Oferta!

Agua Mineral 1 litro $55
Agua Mineral 2 litros $90
Agua Mineral 5 litros $160

a- Tomás tiene que comprar 4 litros y dice que le conviene comprar dos envases de 2 litros. Julia dice que le sale más barato comprar el envase de 5 litros. ¿Quién tiene razón? ¿Cómo lo pensaste?

b- Elegí la forma más barata de comprar 16 litros de agua y la forma más cara de comprar esa misma cantidad.

9. En la salita de salud la médica pediatra registra la edad, la altura y el peso de sus pacientes. Hoy, a Rosita le completaron los datos de su ficha en la columna de los 3 años. Su hermana dice que no se sabe todavía cuánto pesará y medirá Rosita cuando cumpla 6 años. Su hermano dice que él sí sabe y que será el doble de lo que pesa y mide a los 3 años. ¿Quién tiene razón? Explicá tu respuesta.

Paciente: Rosita			
Edad	2 años	3 años	6 años
Altura	85 cm	100 cm	
Peso	12 kilos	15 kilos	

Que las niñas y los niños aprendan a distinguir entre problemas de proporcionalidad directa y aquellos que no lo son es algo importante, entre otras cosas, para que no intenten luego usar las propiedades o las estrategias que son válidas en la proporcionalidad directa en problemas que no pueden ser resueltos con ellas (por ejemplo proporcionalidad inversa o situaciones de no proporcionalidad).

Para reinvertir estas cuestiones, es que se propone la siguiente situación en la cual las y los estudiantes deben sugerir precios para 5 y 10 paquetes en donde no se cumpla el crecimiento proporcional. Es importante reconocer que las y los estudiantes podrán presentar diversidad de precios y, siempre y cuando no quede la tabla igual que la anterior pero quede con precios menores, todos esos valores serán correctos.

Para resolver y analizar entre todas y todos

a- Esta es una tabla de precios.

Paquetes	Precios (en $)
1	120
5	600
10	1.200

Completá esta segunda tabla para que sean ofertas.

Paquetes	Precios (en $)
1	120
5	
10	

b- Volvé a mirar los problemas 8 y 9. Tratá de explicar por qué estos problemas no son de proporcionalidad.

Puede ser útil ofrecer otras actividades en las que las y los estudiantes deban completar los datos iniciales para que las situaciones sean de proporcionalidad y en otras que no lo sean, por ejemplo, cantidad de manzanas que entran en un kilo y cantidad que entran en dos kilos para que la situación no sea de proporcionalidad, cantidad de estudiantes que hay en 6° año A y cantidad que hay entre 6° A y 6° B.

Otra vuelta de problemas

Para continuar avanzando en el trabajo en el campo multiplicativo se propone una serie de problemas sobre análisis del resto, comenzando con actividades que involucran cantidades pequeñas en las que sea posible usar estrategias no multiplicativas para analizar lo que sucede luego de las particiones o de los repartos.

Las lectoras y los lectores podrán identificar que los cuatro primeros problemas admiten ser resueltos por dibujos, esquemas, restas, sumas o, en el tercero, comparaciones entre la cantidad de personas por curso y la cantidad de asientos de cada ómnibus. Sin embargo, es esperable que, luego de los intercambios colectivos, puedan usarse estrategias vinculadas a la multiplicación y a la división para que se presente la necesidad de analizar que hay un resto y es necesario decidir qué hacer con él.

Otra cuestión a tener en cuenta al usar estos **problemas**, en especial **el 1 y el 2**, es que primero se pregunta por cómo repartir sin decir que todas y todos deben recibir la misma cantidad; esto habilitaría a que alguna chica o algún chico realizara el reparto de manera no equitativa, y sería también una respuesta correcta. Pero luego, la segunda pregunta, exige que se reparta de manera equitativa y será necesario entonces analizar "qué hacer con lo que sobra". Es posible que las chicas y los chicos no reconozcan inmediatamente esta diferencia en las preguntas, por eso quien esté a cargo del grupo de estudiantes podrá ponerlo a discusión y dejar registro de la conclusión o idea a la que se llegue. Por ejemplo: "Es necesario que el problema diga de alguna manera que todas y todos reciben lo mismo", "En esos problemas hay que analizar si seguimos o no repartiendo el resto" (más adelante, esto podría ampliarse a "y poder usar divisiones para resolver").

1. Para una fiesta de cumpleaños a la que asistieron 10 invitados, entre niñas y niños, se van a repartir 25 barras de chocolate. ¿Cuánto chocolate se le puede dar a cada invitada e invitado? ¿Y si se quiere que todas y todos reciban la misma cantidad de chocolate y que no sobre nada?

En relación al **problema 1,** como ya mencionamos, la segunda pregunta exige pensar si se sigue repartiendo el resto o no, que en este caso se puede hacer porque el chocolate se puede partir. Las y los estudiantes podrían representar el problema con un dibujo, usando flechas o líneas para indicar el reparto. Así, por ejemplo, podrán darle 2 a cada uno y luego partir cada uno de los 5 chocolates restantes en dos y dar una mitad a cada estudiante, resultando que cada uno recibió 2 chocolates enteros y una mitad. También podrían restar 10 y luego 10 más a los 25 chocolates, y luego ver que quedan 5 y si se parte cada uno al medio se puede entregar una mitad a cada estudiante, nuevamente resulta que son 2 y medio para cada uno. Otra posibilidad es que reconozcan que multiplicando por 2 al 10 se acercan todo lo posible al 25, y luego pensar que si se multiplica por 2 a un medio, se obtiene un entero, entonces con los 5 restantes partidos al medio se tienen 10 mitades que se pueden seguir repartiendo. Otra estrategia posible es que realicen la división 25:10, reconozcan que eso da 2 con resto 5 y luego continúen repartiendo ese resto. También podría suceder que alguna o alguno proponga usar que 2,5x10 es 25, entonces le corresponde 2,5 chocolates a cada uno, o que proponga realizar la división 25:10 que da 2,5, y ese resultado es lo que se da a cada uno; estas dos estrategias podrán ser usadas si tienen disponibles ciertas expresiones decimales y/o son cálculos que forman parte de su repertorio memorizado.

Sin importar cuál de las diferentes estrategias antes explicadas usen las y los estudiantes, en todas la respuesta podría expresarse usando palabras "dos y una mitad" o "dos y medio", expresiones numéricas mezcladas con palabras "2 y medio", expresiones numéricas ligadas a los decimales "2,5" o expresiones numéricas ligadas a las fracciones "2 y ½". Cabe aclarar que si algunas y algunos estudiantes utilizan expresiones decimales o fracciones, podrá aprovecharse para mostrar, difundir al grupo clase, pero sin perder de vista que en esta ocasión deben estar concentradas y concentrados en los problemas multiplicativos, en sus estrategias de resolución, en el análisis "de lo que sobra". Incluso si algunas o algunos estudiantes decidieron no repartir el resto, se podrá analizar que es una respuesta correcta para ambos ítems. De la comparación de las diversas opciones podrán surgir, entonces, los intercambios que se quieren instalar respecto del resto en algunos problemas particulares.

2. Para una fiesta de cumpleaños se decoró la casa con 25 globos. Si fueron 10 invitados entre niños y niñas, ¿cuántos globos se les pueden dar a cada uno? ¿Y si se quiere que todas y todos reciban la misma cantidad de globos?

Con respecto al **problema 2** nuevamente, la segunda pregunta exige pensar si se sigue o no repartiendo el resto, pero esta vez no es posible pues son globos y no tiene sentido partirlos. Lo que se espera que las y los estudiantes puedan poner en consideración es que, a pesar que se trata de las mismas cantidades, no siempre es posible seguir repartiendo. Las estrategias de resolución podrán ser las mismas que en el problema 1 al tratar la segunda pregunta, pero sin repartir el resto, dejando siempre expresado que sobran 5 globos luego de repartir 2 a cada invitada o invitado. Sin embargo, en este segundo problema podría surgir una nueva estrategia, que es considerar lo resuelto en el punto anterior y rápidamente decir que son 2 globos porque son las mismas cantidades y los 5 sobrantes no se reparten. Quizás, aparezca la respuesta inmediata de que son 2,5 globos a cada uno o dos y medio a cada uno; será necesario entonces discutir la pertinencia de repartir esos 5 sobrantes.

> **3.** Los tres cursos de sexto año viajarán al Museo de Ciencias Naturales para una salida educativa. De sexto A irán 29 personas entre estudiantes y acompañantes, de sexto B irán 27 y de sexto C irán 32. Se consiguió una empresa de transporte que tiene ómnibus en los que entran 30 personas sentadas. ¿Cuántos ómnibus necesitan pedirle a la empresa para que todos viajen sentados, como corresponde?

Para resolver el **problema 3**, las y los estudiantes podrían sumar las tres cantidades de personas que viajan por curso, obteniendo 88, y luego usar estrategias variadas:

- Restar 30 desde 88 hasta no poder restar más, llegar a 28 y decidir qué representa ese 28 que les queda y que hayan restado dos veces. Si las niñas y los niños no logran este análisis, las y los docentes a cargo podrán intervenir con preguntas que orienten la reflexión: "¿qué representan los 30 de los cálculos?; ¿cómo ubicaron hasta ahora a las personas?; ¿ya tienen todas y todos un lugar en los ómnibus?; en la cuenta que hicieron, ¿qué representa el resto?", entre otras.

- Sumar de a 30 y detenerse para no pasarse de 88 llegando hasta 90, analizar si es necesario sumar dos veces o será más pertinente sumar tres, considerar qué representan el 60 y el 90 obtenido al sumar, qué hacer con los 28 faltantes si optan por solo sumar 2 veces 30 o qué hacer con los 2 sobrantes si optan por hacer tres sumas de 30. Para colaborar con estas reflexiones las y los docentes a cargo podrían intervenir con preguntas orientadoras, similares a las mencionadas en el apartado anterior.

- Apelar a resultados de multiplicaciones como ser 30x3 o 30x2 y definir cuál de los dos es más pertinente según los resultados y la distancia con las 88 personas que viajan. Nuevamente será necesario intervenir para orientar las reflexiones, sin darles respuestas que impidan las decisiones de las y los estudiantes, sino que los ayuden a interpretar los sentidos de los pasos intermedios que realizan.

- Realizar una división entre 88 y 30, ya que se trata de un problema de repartir equitativamente. Al realizar la división deberán interpretar qué sucede con el cociente 2 y con el resto 28: que ese resto informa que con 2 ómnibus no alcanza, ya que “sobran” 28 estudiantes y, entonces, será necesario un ómnibus más. Este tipo de reflexiones son las que pueden circular en los momentos de intercambio dirigidas a identificar las diferentes posibilidades de interpretar y operar con el resto: se puede seguir dividiendo o no, me indica que necesito uno más o no.

También, sin sumar las tres cantidades, podrían comparar la cantidad de asientos de cada ómnibus con la cantidad de personas de cada curso que irían, así podrán decir que para 6° A alcanza con un ómnibus y queda un asiento libre, para 6° B alcanza con un ómnibus y quedan tres asientos libres, y para 6° C no alcanza con un ómnibus, faltan dos asientos; y aquí surgen, al menos, dos posibilidades, distribuir a los dos que sobran de 6° C en los otros ómnibus o contratar un nuevo ómnibus para 6° C; será interesante poner en discusión estas dos opciones, ya que al tomar decisiones no solo se deben considerar los cálculos sino también si conviene pagar un ómnibus más solo para dos personas.

4. En una fábrica de celulares entre las 8 y las 9 AM se produjeron 88 dispositivos. Si se almacenan 3 por estante, ¿es cierto que alcanza para todos los dispositivos con 30 estantes?

El **problema 4** ofrece varios datos sobre los que hay que tomar una decisión. A diferencia de los anteriores, las cantidades ya están presentadas en el enunciado, o sea, no se pregunta por un resultado, sino por ciertas relaciones entre las cantidades involucradas. Algunas opciones de resolución son que las y los estudiantes sumen treinta veces 3 y vean que se pasan de 88, o que sumen tres veces 30 y noten lo mismo, o que multipliquen 30x3 y nuevamente noten que es más que 88, o, finalmente, que dividan 88 entre 3 y obtengan 29 con resto 1. Esta última estrategia deberá ponerse en discusión para analizar qué significa el 29 en el cociente y el 1 en el resto. Podrán comparar con el problema anterior en el cual el resto indicaba que se necesitaba un ómnibus más; y considerar que, en cambio, en esta ocasión el resto indica que sobran lugares en los estantes, entonces es suficiente con 30.

Se ofrecen a continuación otros problemas que podrían ser usados con las y los estudiantes para seguir trabajando sobre la división y el análisis del resto:

ATR

5. En una fábrica se producen fundas para celulares, que se empacan de a 48 por caja. En dos horas se producen 300 fundas.

a- ¿Cuántas cajas serán necesarias para empacar la producción de esas dos horas?

b- Por día se trabajan 21 horas constantemente produciendo al ritmo antes mencionado. ¿Cuántas fundas se producen por día? ¿Cuántas cajas se necesitan para empacar la producción de un día entero?

6. Luciano tiene ahorrados $2.830. Si usa $120 por día, ¿cuánto le sobrará cuando ya no tenga dinero para otro día completo? ¿Para cuántos días le alcanzaron sus ahorros?

7. En una fábrica de lápices arman cajas de 12 unidades.

a- Con 972 lápices, ¿cuántas cajas completas se pueden armar?

b- Con 1.500 lápices, ¿cuántas cajas completas se pueden armar?

c- Si se armaron 213 cajas, ¿cuántos lápices, como mínimo, se produjeron?

8. Jaime, el pastelero, va a realizar una torta de galletitas. Quiere que cada "piso" tenga 24 galletitas. Tiene 164 galletitas.

a- ¿Cuántos "pisos" completos puede hacer como máximo?

b- Teniendo en cuenta la respuesta anterior. ¿Le sobran galletitas o las usará todas?

c- Si respondiste que le sobran, ¿cuántas más necesita para completar un nuevo "piso"

9. En un tambo se elaboran 2.346 litros de leche por semana. Envasan 100 litros por día.

a- ¿Cuántos días tardan en envasar la producción de la semana?

b- ¿Cuántos litros de leche les faltan elaborar para envasar un día más?

c- Si deciden envasar 125 litros diarios, ¿cuántos días tardan en envasar la producción de una semana?

10. En una fábrica se hicieron 5.326 tornillos. Los guardan en cajas de 14 unidades cada una.

a- ¿Cuántos tornillos quedan sin guardar si completaron la mayor cantidad de cajas posibles?

b- ¿Cuántos tornillos se necesitan para completar una nueva caja?

Multiplicar y dividir por números que terminan en ceros

Al trabajar con las multiplicaciones y las divisiones por la unidad seguida de ceros, es necesario tener en cuenta el recorrido que las y los estudiantes hayan realizado en meses o años anteriores, y es muy importante que se permita el uso de las estrategias y conocimientos disponibles, pues es probable que tengan construido un repertorio de cálculos memorizados que será necesario aprovechar. Se ofrecen en esta parte un grupo de problemas en los que se va aumentando su complejidad, iniciando desde situaciones más sencillas que podrían saltearse si fueran muy evidentes las respuestas para determinadas o determinados estudiantes. También podrían resolverlas con la finalidad de promover la explicitación de relaciones que enriquezcan la habilidad argumentativa de las niñas y los niños.

En los **problemas 2 y 3** la intención es que las y los estudiantes comiencen a reutilizar las relaciones que se han explicitado a propósito de la tabla que completaron en el problema 1. Deberán reconocer que en cada ítem lo que se propone es el mismo cálculo del enunciado pero con uno de los factores multiplicado por 10 o por 100. En los momentos de intercambio colectivo deberá ponerse de relieve que al 50 es posible pensarlo como 5x10 o al 310 como 31x10 y así con el resto de los cálculos propuestos, y que eso permite utilizar las conclusiones referidas a la multiplicación por la unidad seguida de ceros.

1. Completar la siguiente tabla:

Número	X 0	X 1	X 10	X 100	X 1.000
3	0	3	30	300	3.000
13	0	13	130	1.300	13.000

2. Sabiendo que 22 x 5 = 110, determiná el resultado de cada cálculo siguiente, pero intentá hacerlo sin realizar las cuentas:

a- 22 x 50 =

b- 220 x 5 =

c- 22 x 500 =

3. Conociendo que 9 x 31 = 279, determiná el resultado de estos cálculos sin hacer las cuentas:

a- 9 x 310 =

b- 90 x 31 =

c- 900 x 31=

d- 90 x 310 =

Los **problemas 4, 5, 6 y 7** tienen por intención volver a poner en juego las conclusiones acerca de las multiplicaciones por la unidad seguida de ceros, pero esta vez debiendo analizar a priori si se cumplen o no dichas conclusiones. Se habilita el uso de la calculadora para comprobar, aunque en un principio podría usarse para explorar y sacar conclusiones. Algunas y algunos estudiantes la usarán para probar diversas multiplicaciones por 10 (o por 100 o por 1.000, según el problema) hasta encontrar el resultado buscado, otras u otros la usarán para resolver una división por 10 (o por 100, o por 1.000) y podrán desorientarse, ya que la calculadora ofrece *de todas formas* un resultado (número decimal), debiendo decidir ellas o ellos qué significado darle a ese resultado obtenido. Por ejemplo: será muy interesante poder discutir "¿por qué 483 no puede ser el resultado de una multiplicación por 10 si se obtuvo un resultado con coma en la calculadora al realizar 483:10?". Es posible que la estrategia de usar la calculadora para dividir no sea la más frecuente, de ser así las y los docentes la podrán proponer y poner en discusión qué información brinda ese resultado decidiendo si al realizar la división y obtener cociente entero y resto cero, ese número puede ser el resultado de una multiplicación por un número terminado en cero.

4. Tratá de resolver mentalmente los siguientes cálculos. Después usá la calculadora para comprobar los resultados.

12 x 1=	12 x 10= 1	2 x 100=
55 x 1=	55 x 10=	55 x 100=
580 : 10=	4.000 : 1.000=	3.200 : 10=
32.900 : 10=	32.900 : 100=	32.000 : 1.000=

5. ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 10? Resolvelos mentalmente y después comprobá con la calculadora:

610	6.900	483
7.201	89.000	560

6. ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 100? Resolvelos mentalmente y después comprobá con la calculadora:

610	6.900	4.830
7.201	89.000	5.600

7. ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 1.000? Resolvelos mentalmente y después comprobá con la calculadora:

610	6.900	48.300
7.201	89.000	56.000

Para continuar se propone la siguiente actividad sobre cálculo mental para reinvertir lo que han estado aprendiendo hasta ahora. Es importante que las y los estudiantes puedan determinar por sí solas o solos cuáles cálculos pueden resolver con estrategias de cálculo mental, por eso es recomendable que la calculadora solo sea habilitada luego de haber hecho los primeros intentos, para no obstaculizar o crear falsas expectativas sobre resultados que tienen en la memoria, sobre las estrategias ya memorizadas, y sobre las nuevas ideas que pueden construir al ver los problemas.

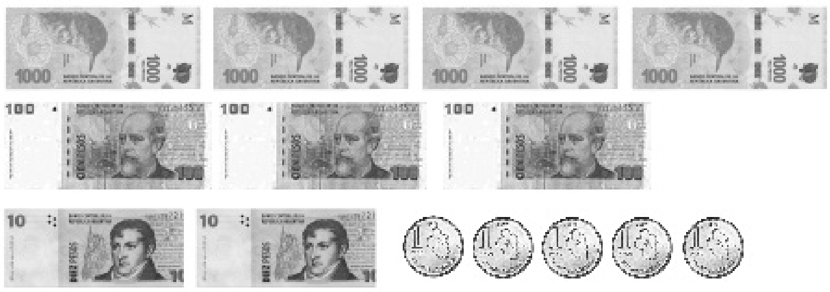
Usar lo que aprendiste

Resolvé los cálculos que puedas mentalmente. Después comprobá con la calculadora.

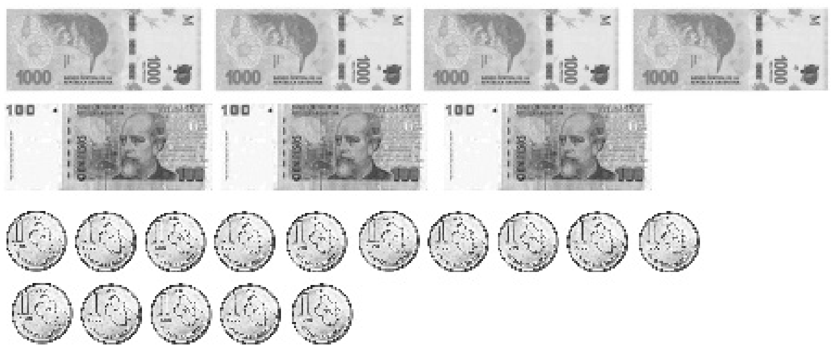
3.300 : 3 =	6.600 : 6 =	9.999 : 9 =
4.000 : 10 =	4.000 : 100 =	40.000 : 1000 =
400 x 3 =	400 x 4 =	4.000 x 3 =
300 x 10 =	300 x 100 =	3.000 : 10
45 x 10 =	45 x 100 =	45 x 1.000 =

Usar cálculos para armar y desarmar cantidades

1. a- ¿Es verdad que con estos billetes y monedas tenés $4.325?



b- ¿Es verdad que acá también hay $4.325?



2. Si se usan solamente estos billetes de 10, 100 y 1.000. ¿Cómo se pueden formar las siguientes cifras?

$11.410
$960
$23.170
$10.300
$9.680
$7.040

En estos problemas con billetes y monedas, es importante que las y los estudiantes puedan poner en práctica estrategias relacionadas con la multiplicación por la unidad seguida de ceros, y no solo estrategias de suma. Además, es deseable que se reconozcan las relaciones entre dichas multiplicaciones y las propiedades del sistema de numeración, pues es posible decidir las respuestas a partir de analizar las posiciones de los números en juego y la cantidad de billetes y monedas.

Otra cuestión a remarcar es que todos los problemas que se ofrecen a las y los estudiantes tienen como uno de sus objetivos que construyan y amplíen progresivamente un repertorio de cálculos memorizados en todos los niveles del campo multiplicativo. Es esperable que poco a poco reconozcan los resultados de algunos cálculos y los usen, sin la exigencia de “ponerse a estudiar” para memorizar, sino aprendiéndolos por su uso frecuente y reflexivo.